Baccalauréat Lille juin 1952 série mathématiques

I. - 1er sujet.

Sphère céleste locale ; verticale et horizontale ; coordonnées horizontales ; leur mesure.

I. - 2e sujet

Représentation plane d'un hémisphère terrestre en projection stéréographique.
Définition, propriétés.
Applications : représentation des méridiens et des parallèles d'un hémisphère sur le plan de l'équateur et sur le plan d'un méridien.

I. - 3e sujet

Phases de la lune ; révolution synodique.

II.

On donne deux axes rectangulaires $x'\mathrm{O}x$ et $y'\mathrm{O}y$.
A et A′ sont deux points fixes de l'axe $x'\mathrm{O}x$, symétriques par rapport à l'origine. On pose $\overline{\mathrm{OA}} = -\overline{\mathrm{OA'}} = a > 0$.
On considère un cercle variable (C), de centre C, passant par les points fixes A et A′.
M est l'un des points du cercle (C) où la tangente à (C) est parallèle à $y'\mathrm{O}y$.

1. En exprimant de deux manières différentes la puissance par rapport à (C), de la projection orthogonale N de M sur $x'\mathrm{O}x$, trouver une relation entre les coordonnées x et y de M, indépendante de la position du point C sur $y'\mathrm{O}y$.

   En déduire le lieu (H) du point M lorsque (C) varie.
2. On se propose de déterminer la tangente à la courbe (H) en M, sans utiliser le résultat précédent : on considère une autre position C′ du point C, le cercle (C′) correspondant ; on prend le point M′ du même côté de $y'\mathrm{O}y$ que M.

   Montrer que la droite MM′ passe par le centre d'homothétie positive I des cercles (C) et (C′).

   Montrer que le cercle de diamètre IJ passe par A et A′, J étant le centre d'homothétie négative de (C) et de (C′).

   En déduire que lorsque C′ tend vers C la droite MM′ tend vers MP, P étant le pôle de la droite AA′ par rapport au cercle (C).

   En déduire que la tangente en un point M d'une hyperbole équilatère et la droite qui joint M au centre de l'hyperbole, sont également inclinées sur ses asymptotes.
3. Sans utiliser le résultat du **1.**, déterminer les cercles (C) tels que les points M correspondants soient sur une droite donnée (D).

   Quand (D) coupe $y'\mathrm{O}y$ en un point K, on pourra construire d'abord un cercle (γ), homothétique du cercle (C) cherché dans une homothétie de centre K.

   Discuter le nombre de solutions.
4. Soit F le point de $x'\mathrm{O}x$ d'abscisse $\overline{\mathrm{OF}} = a\sqrt{2}$.

   On considère les cercles (ω) passant par F et centrés sur $x'\mathrm{O}x$.

   Montrer qu'à tout cercle (C) on peut associer deux cercles (ω_1) et (ω_2) de la famille des cercles (ω) tangents à (C) respectivement en T_1 et T_2 ; montrer que la médiatrice de FT_1 ou de FT_2 enveloppe, lorsque le cercle (C) varie, un cercle dont on déterminera le centre et le rayon.

   On aura avantage à considérer une inversion de centre F.