

☞ Baccalauréat Lille septembre 1966 ☞
Mathématiques et Mathématiques et Technique

EXERCICE 1

Étudier les variations et représenter graphiquement la fonction définie par

$$y = x + 3\sqrt{x^2 - 1}.$$

On, déterminera les asymptotes et les tangentes aux points d'abscisses -1 et $+1$.

EXERCICE 2

Dans un plan orienté rapporté à un repère orthonormé direct $x'Ox$, $y'Oy$, on donne, sur Ox , le point A d'abscisse positive a .

On appelle triangle (T) tout triangle AMN dont le côté MN est porté par l'axe $y'Oy$ et tel que l'une des mesures de l'angle orienté de demi-droites $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN})$ soit $\frac{\pi}{3}$ radian.

1. On désigne par u et v les ordonnées respectives de M et N.
Préciser l'ensemble des points M (donc l'ensemble des valeurs de u) tels que le triangle AMN existe.
Exprimer v en fonction de u , puis calculer en fonction de u l'ordonnée, y , du milieu, I, du segment [MN].
Étudier et représenter graphiquement l'application $u \longrightarrow y$ et montrer que cette application admet une application réciproque.
Un point I étant donné sur $y'Oy$, existe-t-il un triangle (T) tel que I soit le milieu de MN?
2. Soit ω le centre du cercle (ω) circonscrit à un triangle (T).
Comparer ωI et ωA .
Montrer que ω appartient à une conique, (C), que l'on définira.
Quel est l'ensemble des points ω ?
Écrire l'équation de la conique (C) par rapport aux axes $x'Ox$, $y'Oy$ donnés.
3. La médiatrice de MN coupe le cercle (ω) en deux points, P et Q; on désigne par P celui de ces deux points dont l'abscisse est négative.
Quel est l'ensemble des points P?
Montrer que l'ensemble des points Q se déduit de l'ensemble des points ω par une affinité, que l'on précisera.
Former l'équation, par rapport aux axes donnés, de la courbe (C') transformée de (C) par l'affinité précédemment trouvée.
En déduire les éléments géométriques (centre, foyers, asymptotes, excentricité) de (C').
4. Quelle est l'enveloppe de la hauteur issue de M dans le triangle (T)?