

∞ Baccalauréat C Limoges septembre 1970 ∞

EXERCICE 1

Démontrer que, quel que soit l'entier n , le nombre entier $N = n^2(n^4 - 1)$ est divisible par 60.

EXERCICE 2

Étudier la fonction suivante et tracer sa courbe représentative dans un repère orthonormé :

$$x \mapsto f(x) = \text{Log} |\text{Log } x|.$$

EXERCICE 3

Dans un plan rapporté à un repère orthonormé d'axes Ox, Oy on considère la famille des cercles (Γ) d'équation générale

$$a(x^2 + y^2) - m^2x - 2amy + am^2 = 0,$$

où a est une longueur non nulle et m un paramètre.

1. Quel est l'ensemble des centres, ω , de (Γ) quand m varie de $-\infty$ à $+\infty$?
2. Soit M_0 un point du plan, de coordonnées $(x_0; y_0)$. Discuter suivant la position de M_0 dans le plan le nombre de cercles (Γ) passant par M_0 .
Quel est l'ensemble, (E) , des points M_0 par où passent deux cercles (Γ) confondus?
Cet ensemble (E) se décompose en deux courbes (E_1) et (E_2) , dont on donnera les équations et que l'on placera dans le plan.
3. Chaque cercle (Γ) a, en commun avec (E_1) , un point T_1 et avec (E_2) un point T_2 . Former l'équation de la droite T_1T_2 .
Montrer que les droites T_1T_2 , quand (Γ) varie, passent par un point fixe.
4. **a.** Montrer que tous les cercles (Γ) sont orthogonaux à un cercle fixe, (C) , que l'on déterminera.
b. Former l'équation de la droite (D) , axe radical de (Γ) et de (C) . Soit $P(x_0; y_0)$ un point du plan.
Discuter suivant la position de P dans le plan le nombre de droites (D) passant par P .
Quel est l'ensemble (E') des points P par où passent deux droites (D) confondues?
Déterminer les caractéristiques de l'ensemble (E') .