# Baccalauréat C Lille septembre 1973

**EXERCICE 1**

Dans le plan euclidien (P) rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O},\ \overrightarrow{e_1},\ \overrightarrow{e_2}\right)$ on considère une transformation ponctuelle qui au point M de coordonnées $(x\ ;\ y)$ fait correspondre le point M$'$ de coordonnées $(x'\ ;\ y')$ où

$$x' = x + y\sqrt{3} - \sqrt{3}, \quad y' = -x\sqrt{3} + y.$$

1. Soit $z = x + \text{i}y$ et $z' = x' + \text{i}y'$ les nombres complexes associés à M et M$'$.
   Exprimer $z'$ en fonction de $z$.
2. Montrer qu'il existe un point $\text{M}_0$, et un seul, d'affixe $z_0$ qui soit, invariant dans la transformation ponctuelle.
3. Donner le nom de cette transformation ponctuelle et déterminer ses éléments caractéristiques.

**EXERCICE 2**

On considère la fonction $f$ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ qui à $x$ associe

$$y = f(x) = x\text{e}^{1-x}.$$

1. Étudier les variations de cette fonction et construire sa courbe représentative (C) dans un repère orthonormé, l'unité de longueur étant égale à deux centimètres.
   Pour étudier la limite de $f(x)$ lorsque $x$ tend vers $+\infty$, on pourra poser $x = \text{Log}\, X$ (logarithme népérien de $X$).
2. On considère la surface plane limitée par les axes O$x$, O$y$, la courbe (C) et la droite d'équation $x = m$, $m$ étant un réel strictement positif.
   Calculer l'aire $A$ de cette surface.
   Étudier la valeur limite de cette aire lorsque $m$ tend vers $+\infty$.

**EXERCICE 3**

Soit E un· espace affine associé à l'espace vectoriel réel $\mathscr{E}$ de dimension deux.
Soit $\mathscr{B} = \left(\overrightarrow{\imath},\ \overrightarrow{\jmath}\right)$ une base de $\mathscr{E}$ ; $\left(\text{O},\overrightarrow{\imath},\ \overrightarrow{\jmath}\right)$ est le repère affine associé de E.

QUESTIONS PRÉLIMINAIRES. - On considère trois points A, B, C de E : A$(0\ ;\ -1)$, B$(-1\ ;\ -2)$ et C$(0\ ;\ 1)$.

1. Montrer que le triplet (A, B, C) est un repère affine de E.
2. On considère l'application affine $f$ de E dans E, qui au point M$(x\ ;\ y)$ associe le point M$'\left(x'\ ;\ y'\right)$, et définie par les relations $f(\text{A}) = \text{B}$, $f(\text{C}) = \text{C}$, $f(\text{B}) = \text{B}'$, avec B$'$ de coordonnées $(-3\ ;\ -4)$.
   Montrer que dans le repère $\left(\text{O}\ ;\ \overrightarrow{\imath},\ \overrightarrow{\jmath}\right)$, la traduction analytique de $f$ est

$$\left\{\begin{array}{l c l}
x' &=& \dfrac{3}{2}x + \dfrac{1}{2}y - \dfrac{1}{2}\\
y' &=& \dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{2}y - \dfrac{1}{2}
\end{array}\right.$$

   .
   Montrer que $f$ est une bijection.

**Partie A**

1. Montrer que l'ensemble des points doubles de $f$ est une droite (D) dont on déterminera l'équation.
2. Montrer que le vecteur $\overrightarrow{\text{MM}'}$ est parallèle à un vecteur fixe $\overrightarrow{\text{V}}$ dont on déterminera les coordonnées dans la base $\mathcal{B}$.
3. Soit I la projection de M sur (D) parallèlement à $\overrightarrow{\text{V}}$.
   Comparer les vecteurs $\overrightarrow{\text{IM}'}$ et $\overrightarrow{\text{IM}}$.
   Donner une construction géométrique de M$'$ connaissant M.

**Partie B**

Soit $\varphi$ l'application linéaire de $\mathcal{E}$ dans $\mathcal{E}$ associée à l'application affine $f$.

1. Déterminer deux vecteurs non nuls, $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$, de $\mathcal{E}$ tels que $\varphi\left(\overrightarrow{u}\right) = \lambda\overrightarrow{u}$ et $\varphi\left(\overrightarrow{v}\right) = \mu\overrightarrow{v}$. ($\lambda$ et $\mu$ sont deux réels distincts qu'on déterminera, ainsi qu'un couple $\left(\overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}\right)$ de vecteurs non nuls associés.)
2. Montrer que la famille $\mathcal{B}' = \left(\overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}\right)$ est une base de $\mathcal{E}$.
   Donner la matrice de $\varphi$ dans la base $\mathcal{B}'$.
3. En remarquant que C est un point double de $f$, donner la traduction analytique de $f$ dans le repère $\left(\text{C},\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}\right)$ de E.