

∞ Limoges juin 1967 ∞
**Baccalauréat mathématiques élémentaires et
mathématiques et technique**

EXERCICE 1

Montrer que $n^7 - n$ est divisible par 42, quel que soit n entier supérieur à 1.

EXERCICE 2

Résoudre l'équation trigonométrique

$$\cos x + \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2}.$$

Représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

Déterminer les solutions de l'inéquation

$$\cos x + \sqrt{3} \sin x < \sqrt{2}.$$

EXERCICE 3

On considère un repère orthonormé xOy .

Soit T la transformation qui, au point m de coordonnées $(x ; y)$, fait correspondre le point $M = T(m)$ de coordonnées $(X ; Y)$ déterminées par

$$X = \frac{x}{y} \quad \text{et} \quad Y = \frac{1}{y}.$$

1. Quels sont les points qui n'ont pas de transformé ?
Déterminer les points invariants de la transformation T . Quelle est la transformation réciproque ? Que peut-on dire de T ?
2. Montrer que T transforme la droite D d'équation $ax + by + c = 0$ en une droite.
Existe-t-il des droites globalement invariantes par la transformation T ?
3. Soit (γ) un cercle d'équation

$$x^2 + y^2 - 2\lambda y + 1 = 0;$$

écrire l'équation du transformé (Γ) de (γ) par la transformation T .

Montrer que, lorsque λ varie, la famille des cercles (γ) appartient à un faisceau, que l'on caractérisera.

Soit A le point de coordonnées $(0 ; -1)$. Montrer que le point M , transformé du point m , appartient à l'intersection de la droite Am et du cercle passant par m , centré sur Oy et orthogonal au cercle de centre O et de rayon 1.

4. Quelle est la transformée du cercle passant par O et centré au point ω de coordonnées $(0 ; +1)$?
5. Montrer que les transformées des ellipses centrées en O et d'axes Ox et Oy sont des coniques à centre, que l'on caractérisera.