Baccalauréat série mathématiques
Lyon septembre 1946

I. 1er sujet

Condition nécessaire et suffisante pour qu'une fraction soit égale à une fraction irréductible.
En déduire la condition nécessaire et suffisante pour qu'une fraction irréductible soit égale à un nombre décimal.

I. 2e sujet

Montrer que le produit de deux homothéties est en général une homothétie.
Position des centres. Relation entre les signes des rapports d'homothétie.
Examen du cas particulier : en déduire la correspondance entre deux figures homothétiques d'une même figure dans deux homothéties de même rapport et de centres différents.

I. 3e sujet

Indiquer deux méthodes de résolution de l'équation en x

$$a\cos x + b\sin x = c,$$

$a,\ b,\ c$ étant des constantes algébriques données.
Application numérique - On résoudra par l'une des méthodes l'équation

$$\sqrt{\pi}\cos x + 3,157\sin x = -3 \times \sqrt{0,107}.$$

(On exprimera x en grades.)

II.

On considère un cercle fixe (φ) passant par deux points fixes A et B.
Soient C un point variable de ce cercle, et (U) le cercle de centre U lieu géométrique des points M tels que $\dfrac{\text{MA}}{\text{MB}} = \dfrac{\text{CA}}{\text{CB}}$.
(U) recoupe (φ) en un point D.

1. Démontrer que le cercle (U) est orthogonal au cercle (φ).
   Montrer que CD passe par un point fixe V équidistant de A et B.
2. On appelle (V) le cercle de centre V passant par A et B. Montrer que l'axe radical du cercle (U) et du cercle (V) passe par un point fixe dont on précisera la position.
3. AB et CD se coupent en F. Montrer que les cercles circonscrits au triangle UVF passent par un second point fixe V$'$ autre que V.
   En déduire le lieu géométrique du centre de ce cercle (on limitera ce lieu avec précision).
   V$'$ peut-il être confondu avec V?
   Calculer dans ce cas le rayon de (φ) en fonction de AB.
4. On effectue une inversion de centre A et de puissance B2^2.
   Le cercle (φ) étant bien déterminé, *ainsi que la position du point* C *sur ce cercle, dessiner exactement* la figure formée par les inverses des cercles (U), (V), (φ).
   En déduire qu'il existe 8 cercles tangents à la fois à ces trois cercles, les points de contact avec (φ) et (V) se trouvant 4 à 4 sur deux cercles (λ_1) et (λ_2) dont les inverses sont concentriques.
   Construire très exactement ces deux cercles (λ_1) et (λ_2).
   Démontrer que (λ_1) et (λ_2) sont inverses par rapport au cercle (U).