Baccalauréat Lyon septembre 1951

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1er sujet
Définition et recherche du plus grand commun diviseur à deux nombres par la méthode des divisions successives.

2e sujet
Définition et recherche du plus petit multiple commun à deux nombres, connaissant leur plus grand commun diviseur.

3e sujet
Tout nombre qui divise un produit de deux facteurs et qui est premier avec l'un divise l'autre.
Application : Condition nécessaire et suffisante pour qu'une fraction irréductible puisse être convertie en fraction décimale.

II

On donne un cercle (C) de centre O de rayon a, et un point fixe F extérieur au cercle (C) ; on pose OF $= c$.

1. Soit γ la perpendiculaire en O à OF. Au point ω variable sur γ on associe le cercle (λ) de centre ω qui se déduit de (C) par l'homothétie-rotation de centre F qui transforme O en ω.

   Construction précise de ce cercle ; démontrer que les cercles (λ) sont vus de F sous un angle constant 2α.
2. Soit F$'$ le symétrique de F par rapport à γ ; le cercle ωFF$'$ coupe (λ) en deux points M, M$'$. Soit I l'intersection de γ et de la droite MM$'$.

   Démontrer que le rapport $\dfrac{\overline{\omega\mathrm{I}}}{\overline{\omega\mathrm{O}}}$ est constant.

   Si P est la projection de F sur la tangente en M au cercle (λ), démontrer que P est sur le cercle (C).
3. On considère l'hyperbole (H) de foyers F et F$'$ qui passe en M et M$'$.

   Démontrer qu'elle est tangente en M et M$'$ au cercle (λ).

   Quel est son cercle principal ?

   Que peut-on dire de cette hyperbole quand (λ) varie ?
4. La droite ωF coupe MM$'$ en K ; montrer que K est le pied de la polaire de F par rapport à (λ) ; lieu du point K lorsque (λ) varie.