Baccalauréat Lyon septembre 1950

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1er sujet
Primitives d'une fonction : définition; relation entre deux primitives d'une même fonction (on admettra le théorème concernant une fonction dont la dérivée est constamment nulle : primitive d'une somme; primitive du produit d'une fonction par une constante.
Application : Quelles sont les primitives de la fonction Axn, où A est une constante et n un nombre entier positif?

2e sujet
Résoudre et discuter l'équation $\sin x = m$
(x est l'inconnue, m est un paramètre).
Application : Discuter l'équation d'inconnue x et de paramètre a).

$$a\sin^2 x + (2a-1)\sin x - 3a - 1 = 0$$

et la résoudre dans le cas particulier où $a = -\dfrac{6}{7}$.

3e sujet
Dérivées de $\sin x$, de $\cos x$, de $\text{tg}\, x$.
$\Big($On considérera comme établie la continuité de ces fonctions partout où elles sont définies, et le théorème classique relatif au rapport $\dfrac{x}{\sin x}$.$\Big)$
Application : Calculer, à un millième près, la valeur de la dérivée, par rapport à la variable x exprimée en grades, et pour $x = 50$ grades, de la fonction $\sin x$.

II

Soient deux axes de coordonnées rectangulaires $x'\text{O}x$, $y'\text{O}y$, et la parabole P d'équation

$$y^2 = 2px \quad (p \text{ est positif}).$$

Un point M, mobile sur cette parabole, est tel que sa projection orthogonale K sur $\overrightarrow{y'y}$ est animée, sur cet axe, d'un mouvement uniforme de vitesse positive a et passe en O à la date $t = 0$.
On appellera $\overrightarrow{\text{MR}}$ le vecteur vitesse du point M, et $\overrightarrow{\text{MS}}$ son vecteur accélération.

1. Calculer en fonction du temps t les coordonnées x et y de M; les composantes sur les axes des vecteurs $\overrightarrow{\text{MR}}$ et $\overrightarrow{\text{MS}}$.
2. Trouver l'hodographe du mouvement.
   Trouver le lieu du point S.
3. Calculer les coordonnées X et Y du point R.
   Par quelle transformation ponctuelle passe-t-on de la parabole P au lieu de R?

4. Soient O le sommet et F le foyer de la parabole P. Soient M et M′ deux points de P, K et K′ leurs projections orthogonales sur la tangente au sommet $y'y$. Soit R l'intersection de la droite M′K′ et de la tangente en M à P. Démontrer la relation

$$4\overline{\text{RM}'} \cdot \overline{\text{OF}} = \overline{\text{KK}'}^2.$$

En déduire le lieu géométrique de R quand, M décrivant la parabole P, la distance KK′ reste égale à une longueur constante a.

N. B. - Le 4. propose une démonstration géométrique directe de la propriété trouvée auparavant ; il peut être abordé indépendamment des questions précédentes.