# Baccalauréat C Lyon septembre 1967
# Mathématiques élémentaires et mathématiques et technique

**Exercice 1**

1. On considère la fonction $f$ définie sur l'intervalle $]-1\ ;\ +1[$ par

$$f(x) = \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x}.$$

   **a.** Étudier les variations et tracer le graphique, $(C)$, de la fonction $f$, dans le plan rapporté à un repère orthonormé $x\mathrm{O}y$.

   **b.** Soit A et B les points d'intersection de $(C)$ avec la droite d'équation $y = \dfrac{8}{3}$.
   Déterminer une primitive de $f$ et calculer l'aire du domaine limité par le segment AB et l'arc AB de $(C)$.

2. Montrer que quels que soient les nombres réels $p$ et $q$, le polynôme

$$p(x) = x^3 + (p-q)x^2 + p(p-q)x - p^2q$$

est divisible par $x - q$.
En déduire toutes les racines réelles ou complexes de l'équation $p(x) = 0$.

**Exercice 2**

1. On considère la fonction définie pour,

$$x \in \left[-\sqrt{2}\ ;\ \sqrt{2}\right], \quad \text{par } f(x) = \sqrt{\frac{2-x^2}{2}}.$$

Étudier les variatins de $f$ et tracer son graphique, $(C)$, dans le plan rapporté à un repère orthonormé $x\mathrm{O}y$.

2. Soit $(\Gamma)$ la conique d'équation

$$x^2 + 2y^2 - 2 = 0,$$

relativement au repère $x\mathrm{O}y$.

   **a.** Quelle est la nature de $(\Gamma)$ ?

   **b.** Quelles sont les coordonnées des foyers et des sommets, de $(\Gamma)$ ?

   **c.** Comment déduit-on $(\Gamma)$ de $(C)$ ?

3. Soit $(\Delta)$ une droite variable, de pente $t$, issue du point $\omega(-1\ ;\ -1)$.

   **a.** Écrire l'équation de $(\Delta)$ relativement au repère $x\mathrm{O}y$.

   **b.** Déterminer, selon les valeurs de $t$, le nombre de points communs à $(\Gamma)$ et à $(\Delta)$.

   **c.** Dans chacun des cas où il n'y a qu'un point commun à $(\Gamma)$ et à $(\Delta)$, ecrire l'équation de la droite $(\Delta)$ correspondante et déerminer les coordonnées des points communs à $(\Gamma)$ et à $(\Delta)$.

   **d.** Quand $(\Gamma)$ et $(\Delta)$ ont deux points communs P et P$'$, on désigne par M le conjugué harmonique de $\omega$ par rapport à P et P$'$.
   Déterminer l'ensemble des points M, quand $(\Delta)$ varie.