La mallette à maths, des outils pour les RMC
2019 - 2020

# GÉOMÉTRIE

# Sommaire

| Fiche d'utilisation | Le domaine | Le niveau de l'activité | Matériels nécessaires |
|---|---|---|---|
| **La corde à 13 nœuds** | Géométrie<br>Grandeurs et mesures | Cycles 1,2 et 3 | Cordes à 13 nœuds |

# Qu'est-ce que la corde à 13 nœuds ?

La corde à 13 nœuds (appelée aussi « corde d'arpenteur ») a été inventée par les Égyptiens, il y a plus de 4000 ans. La corde sert à tracer rapidement et facilement des dessins géométriques. C'est une corde composée de 13 nœuds qui séparent 12 intervalles réguliers. Traditionnellement chaque intervalle mesure une coudée (soit environ 50 cm). Mais on peut utiliser une corde plus petite, les seuls impératifs étant la régularité des espaces et la tenue de la corde sur les nœuds.

# Les objectifs didactiques

- Mettre en œuvre le triptyque manipuler-verbaliser-abstraire dans ses trois dimensions.
- Travailler dans les méso et micro espaces et passer de l'un à l'autre.
- Distinguer instruments de géométrie et instruments de mesure.
- Représenter des dessins géométriques.
- Vérifier la perpendicularité des constructions géométriques.

# La mise en œuvre

<u>Au cycle 1</u> :

Étape 1 : Découverte libre en groupe des potentialités de la corde à 13 nœuds fermée et tendue entre les nœuds. (Sur plusieurs séances). L'idée est d'obtenir des polygones.

Étape 2 : Nouvelles utilisations de la corde pour obtenir différents dessins géométriques (triangles ; rectangles et rectangle régulier (carré) et prise de photographies.

Étape 3 : Projection des photographies et description/comptage-dénombrement des espaces. L'enseignant utilise un vocabulaire précis : côtés ; opposés ; mesures égales ; mesures inégales ; angle droit (perceptif) ; triangles, rectangle ; rectangle régulier (carré) ; dessins géométriques.

<u>Aux cycles 2 et 3 :</u>

Étape 1 : Le travail dans le méso espace se poursuit de manière importante au cycle 2 et dans une proportion moindre mais nécessaire au cycle 3.

Étape 2 : défis quadri (cf. annexe I)

- Réaliser tous les quadrilatères possibles. Nous pouvons conclure sur plusieurs points :

À périmètre constant, nous pouvons obtenir des quadrilatères différents.

Avec une succession de mesures de longueurs identiques, les quadrilatères n'ont pas tous la même forme. Ceci s'explique par les variations possibles des angles. Nous pouvons faire un bilan des angles connus (plat ; droit ; aigu ; obtus).

- Réaliser des quadrilatères avec des angles droits : rectangle ; rectangle régulier (carré) ; trapèze rectangle ; autres.

Conclusion : nous n'obtenons pas que des rectangles. Il peut y avoir 1, 2 ou 4 angles droits (mais pas 3). On pourra faire vérifier les angles droits sans équerre (angle de table par exemple).

Étape 2 : défi triangle (cf. annexe II) : Réaliser tous les triangles possibles. Nous pouvons conclure sur plusieurs points :

À périmètre constant il y a plusieurs possibilités.

À périmètre constant et succession identique de mesures de longueurs il y a une seule possibilité. On en profitera pour développer le vocabulaire des cas particuliers : triangle isocèle ; équilatéral ; scalènes ; rectangle.

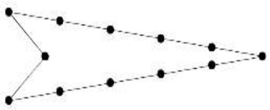
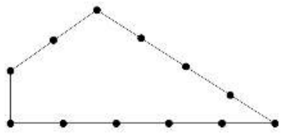
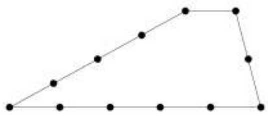
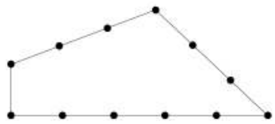
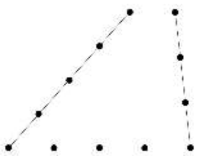
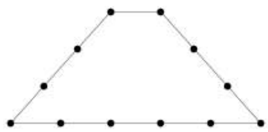
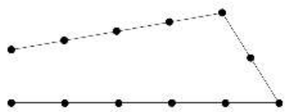
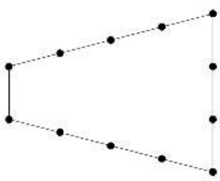
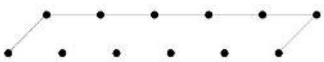
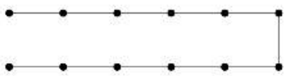
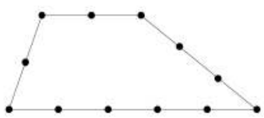
Le triplet 3 ; 4 et 5 pour les mesures imposent l'angle droit. Utiliser cette découverte pour vérifier des angles droits dans la classe en position prototypique et non- prototypique.

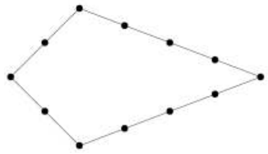
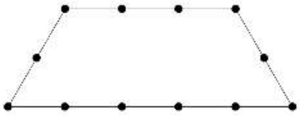
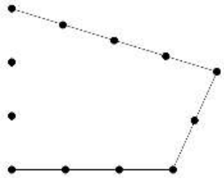
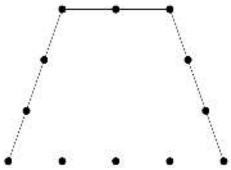
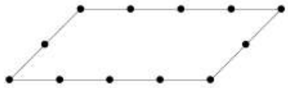
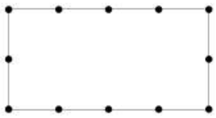
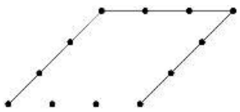
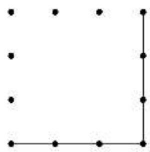
# Prolongements :

- Nous pouvons réaliser des dessins géométriques de grandes tailles dans la cour de récréation.
- Dans le méso espace, réaliser avec une corde un hexagone régulier. Comment faire pour transformer ce dessin et obtenir une forme proche du cercle tout en gardant les doigts sur les nœuds ? Il va falloir collaborer en joignant plusieurs cordes.

# La corde à 13 nœuds- Annexe I

Les quadrilatères que l'on peut réaliser avec la corde à 13 nœuds.

| Longueur des côtés | Dessins géométriques | Noms des dessins géométriques |
|---|---|---|
| **1+1+5+5** |  | **Cerf-volant ou flèche** |
| **1+2+4+5** |  | **Quadrilatère quelconque** |
| **1+2+5+4** |  | **Trapèze** |
| **1+3+3+5** |  | **Quadrilatère quelconque** |
| **1+3+4+4** |  | **Trapèze** |
| **1+3+5+3** |  | **Trapèze isocèle** |
| **1+4+2+5** |  | **Quadrilatère quelconque** |
| **1+4+3+4** |  | **Trapèze isocèle** |
| **1+5+1+5** |   | **Parallélogramme**<br><br>**Rectangle** |
| **2+2+3+5** |  | **Trapèze** |

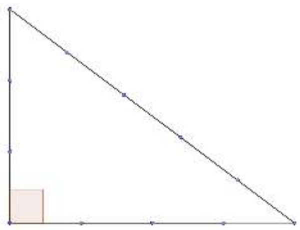
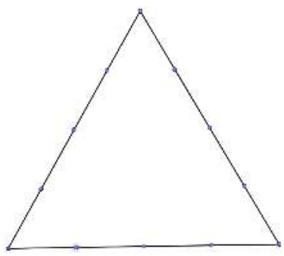
| | | |
|---|---|---|
| **2+2+4+4** |  | **Cerf-volant** |
| **2+3+2+5** |  | **Trapèze isocèle** |
| **2+3+3+4** |  | **Quadrilatère quelconque** |
| **2+3+4+3** |  | **Trapèze isocèle** |
| **2+4+2+4** |   | **Parallélogramme**<br><br>**Rectangle** |
| **3+3+3+3** |   | **Losange**<br><br>**Rectangle régulier (carré)** |

NB :

- Un carré est un rectangle particulier et un losange particulier.
- Un rectangle et un losange sont des parallélogrammes particuliers.
- Un parallélogramme est un trapèze particulier (et même un trapèze isocèle particulier)
- Un trapèze est un cerf-volant particulier.
- Un cerf-volant est un quadrilatère particulier.
- Un quadrilatère est un polygone particulier.

# La corde à 13 nœuds- Annexe II

## Les triangles que l'on peut réaliser avec la corde à 13 nœuds.

| Longueur des côtés | Dessins géométriques | Noms des dessins géométriques |
|---|---|---|
| **1+5+6** |  | **Triangle plat** |
| **2+5+5** |  | **Triangle isocèle** |
| **3+4+5** |  | **Triangle rectangle** |
| **4+4+4** |  | **Triangle équilatéral** |
| **6+3+3** |  | **Triangle plat** |

NB :

- Toutes les autres possibilités ne sont pas constructibles en triangle compte tenu de l'inégalité triangulaire.
- Pour mieux comprendre voici trois liens :

https://www.youtube.com/watch?v=JPinXSVQGWE

https://www.youtube.com/watch?v=3DD7kj53jI0

https://www.youtube.com/watch?v=hwCjjX6R2XM

| Fiche d'utilisation | Le domaine | Le niveau de l'activité | Matériel nécessaire |
|---|---|---|---|
| Le jeu du portrait 2D | Géométrie | Cycles 1, 2 et 3 | Des blocs logiques<br>L'annexe I pour le cycle 2<br>L'annexe II pour le cycle 3 |

# Qu'est-ce que le jeu du portrait 2D ?

Il s'agit pour les élèves de retrouver, parmi un lot de polygones, et grâce à des questions auxquelles l'enseignant ne peut répondre que par oui ou par non, le polygone choisi par l'enseignant ou par un groupe d'élèves.

# Les objectifs didactiques

- Mettre en œuvre deux composantes du triptyque Manipuler **Verbaliser Abstraire.**
- Classer des objets en fonction de caractéristiques liées à leur forme au cycle 1.
- Décrire les polygones par leurs propriétés géométriques en mettant la focale sur les quadrilatères.
- Utiliser le vocabulaire adapté.
- Tenir compte des indices répertoriés au fur et à mesure pour déterminer le polygone sélectionné.

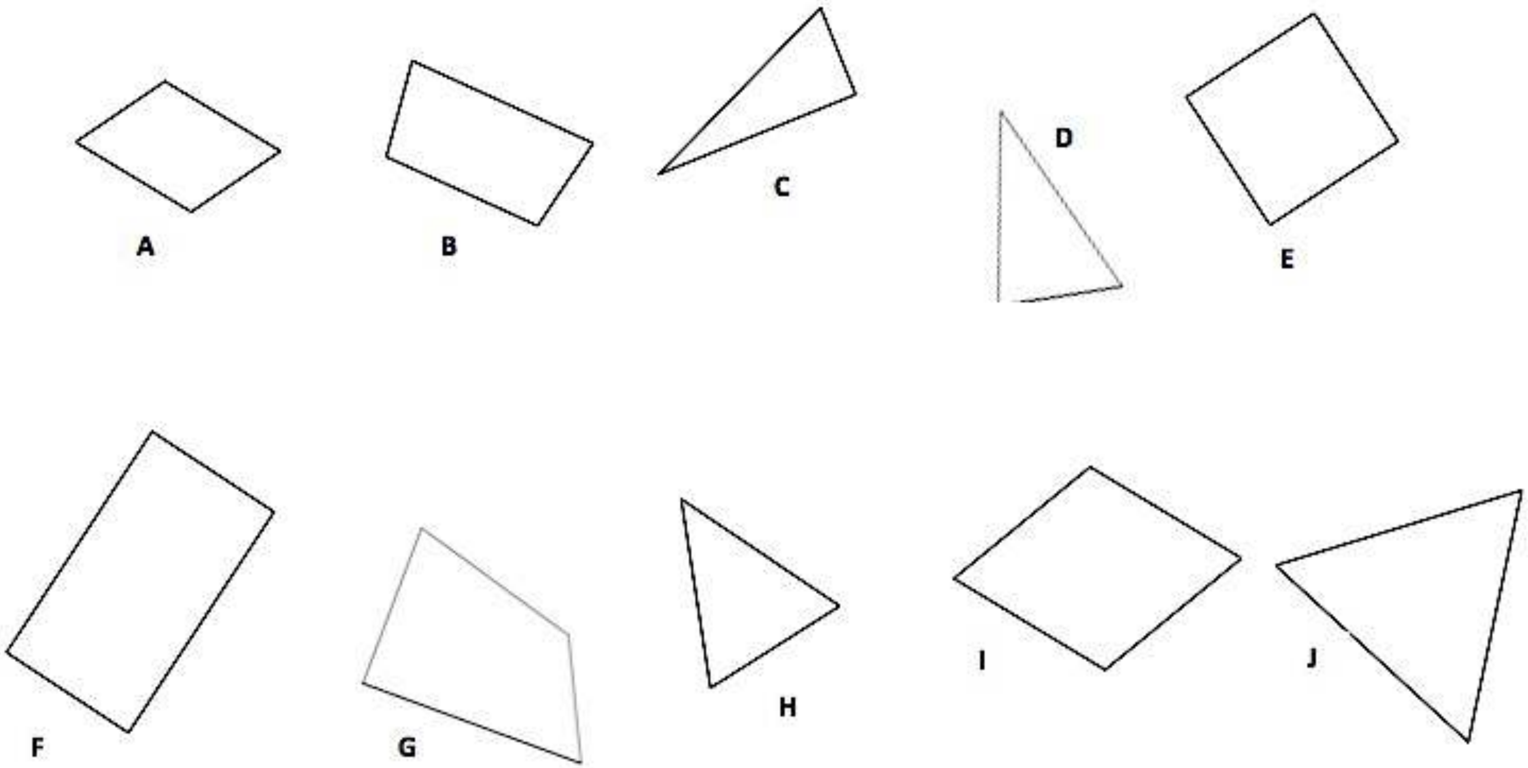
# La mise en œuvre

Au cycle 1 : En utilisant le jeu de Kim avec des blocs logiques dans un sac opaque, les élèves tentent de classer des objets en fonction de caractéristiques liées à leur forme (rectangle ; carré ; triangle ; disque)
Au cycle 2 : L'activité du cycle 1 peut être reprise et nous pouvons introduire le jeu du portrait dès le cycle 2 avec les mêmes dessins. (Annexe I)
Au cycle 3 :
Étape 1 : Dans ce jeu, l'enseignant est le meneur du jeu. Il note au verso du tableau la lettre du polygone choisi parmi les polygones de l'Annexe II. Les élèves sont en groupe et se coordonnent pour proposer une question. Au fur et à mesure, l'enseignant note les questions et les réponses (oui ou non) au tableau.
Étape 2 : À chaque tour de question, l'enseignant organise un temps de régulation durant lequel on élimine les dessins qui ne correspondent pas aux réponses. Cette étape de régulation sera réalisée uniquement pour le premier dessin géométrique choisi.
Étape 3 : Pour le deuxième dessin choisi, les moments de régulation consistent pour les groupes à faire le point sur les dessins à éliminer et ceux à garder.
Étape 4 : Quand un groupe pense avoir trouvé, on passe en revue toutes les questions et réponses pour savoir si le dessin sélectionné satisfait aux conditions.

# Remarques

- Les questions ne doivent pas porter sur les noms des dessins ; ni sur la lettre désignant les dessins ; ni sur la localisation du dessin dans la feuille. La question ne doit pas porter sur la valeur d'une mesure.
- Pour les séances ultérieures, il peut y avoir un meneur dans un groupe et les autres recherchent. À chaque dessin trouvé, on change de meneur.
- Le nombre de dessins et la nature des dessins sont des variables didactiques importantes selon les objectifs de l'enseignant.
- On peut envisager un prolongement où des élèves, par groupe, rédigent une fiche comportant des propriétés d'un dessin qu'ils ont sélectionné. Un autre groupe en fait de même.
- Ils échangent les fiches et recherchent le dessin dans le lot de dessins.

**ANNEXE I**

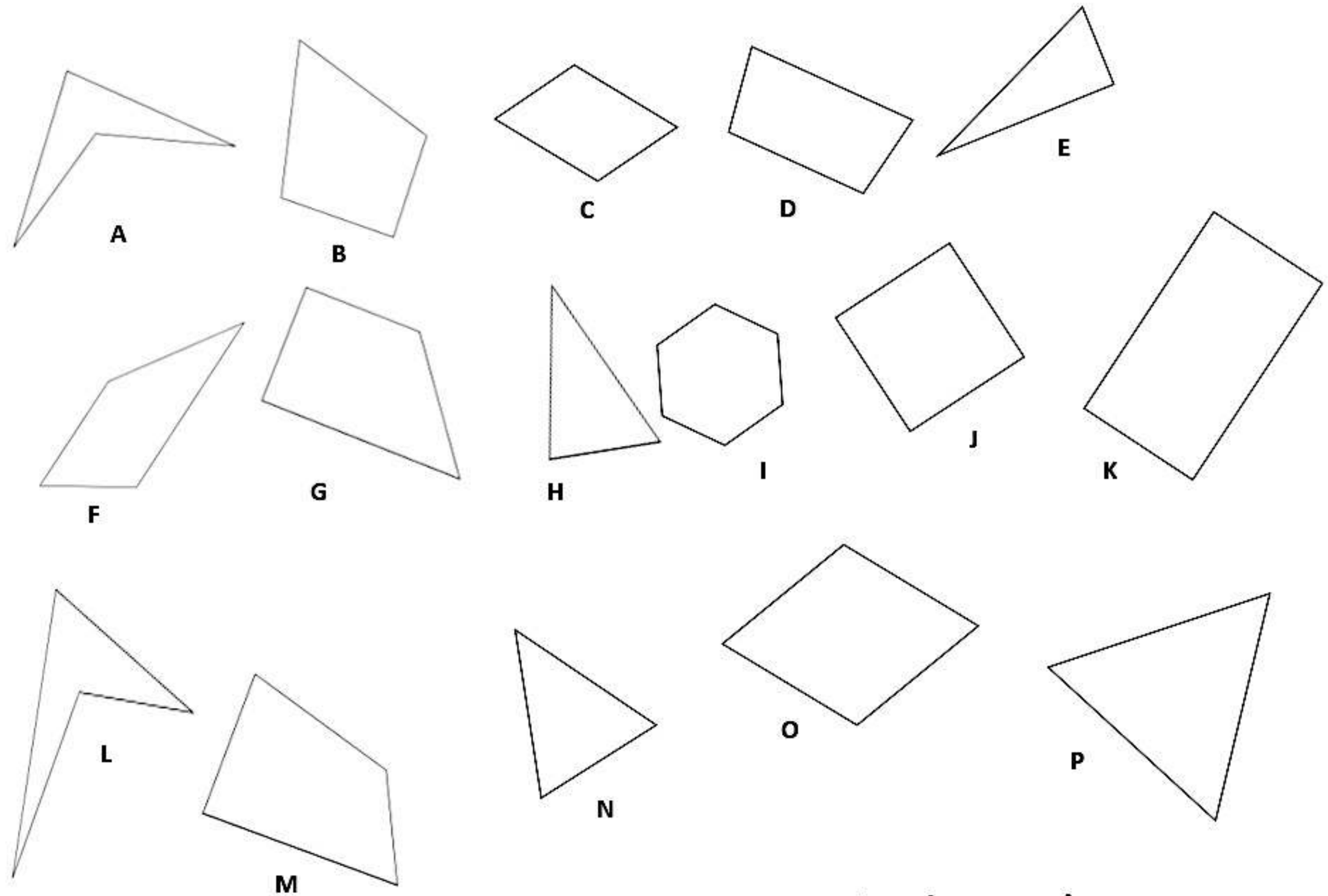



**Jeu du portrait 2D**

## ANNEXE II

| Dessins | Nature du dessin | Côtés de même mesure de longueur | Angle(s) droit(s) | Côtés parallèles | Nombre de côtés |
|---|---|---|---|---|---|
| A | Parallélogramme | 2 couples | / | 2 couples | 4 |
| B | Trapèze isocèle | 1 couple | / | 2 | 4 |
| C | Triangle rectangle | / | 1 | / | 3 |
| D | Triangle scalène | / | / | / | 3 |
| E | Carré | 4 | 4 | 2 couples | 4 |
| F | Rectangle | 2 couples | 4 | 2 couples | 4 |
| G | Quadrilatère quelc. | / | / | / | 4 |
| H | Triangle isocèle | 2 | / | / | 3 |
| I | Losange | 4 | / | 2 couples | 4 |
| J | Triangle équilatéral | 3 | / | / | 3 |

**ANNEXE III**




**Jeu du portrait**

## ANNEXE IV

| Dessins | Nature du dessin | Côtés de même mesure de longueur | Angle(s) droit(s) | Côtés parallèles | Nombre de côtés |
|---|---|---|---|---|---|
| A | Polygone concave | 2 couples | / | / | 4 |
| B | Cerf-volant | 2 couples | 1 | / | 4 |
| C | Parallélogramme | 2 couples | / | 2 couples | 4 |
| D | Trapèze isocèle | 1 couple | / | 2 | 4 |
| E | Triangle rectangle | / | 1 | / | 3 |
| F | Quadrilatère quelc. | / | / | 2 | 4 |
| G | Trapèze rectangle | 2 | 2 consécutifs | 2 | 4 |
| H | Triangle scalène | / | / | / | 3 |
| I | Hexagone régulier | 6 | / | 3 couples | 6 |
| J | Carré | 4 | 4 | 2 couples | 4 |
| K | Rectangle | 2 couples | 4 | 2 couples | 4 |
| L | Polygone concave | / | / | / | 4 |
| M | Quadrilatère quelc. | / | / | / | 4 |
| N | Triangle isocèle | 2 | / | / | 3 |
| O | Losange | 4 | / | 2 couples | 4 |
| P | Triangle équilatéral | 3 | / | / | 3 |

| Fiche d'utilisation | Le domaine | Le niveau de l'activité | Matériel nécessaire |
|---|---|---|---|
| Le jeu du portrait 3D | Géométrie | Cycle 3 | Les solides réalisés à partir des patrons de l'annexe dans des feuilles de papier cartonné, avec des mesures et des couleurs différentes d'un groupe à l'autre. |

## Qu'est-ce que le jeu du portrait 3D ?

Il s'agit pour les élèves de retrouver, parmi un lot de solides, et grâce à des questions auxquelles l'enseignant ne peut répondre que par oui ou par non, le solide caché par l'enseignant ou par un groupe d'élèves.

## Les objectifs didactiques

- Mettre en œuvre deux composantes du triptyque Manipuler **Verbaliser Abstraire.**
- Décrire les solides par leurs propriétés géométriques telles que le nombre de faces ; d'arêtes ; de sommets ou encore la nature des faces.
- Tenir compte des indices répertoriés au fur et à mesure pour déterminer le polyèdre sélectionné.

## La mise en œuvre

Étape 1 : Chaque équipe a un lot des solides en 3D (réalisés sur feuille de couleur ; une couleur par groupe)
Les élèves préparent par écrit en groupe des questions à poser à l'enseignant auxquelles il répondra par oui ou par non.

Étape 2 : Les élèves posent les questions et l'enseignant écrit au tableau (ou tape à l'ordinateur tout en projetant) les questions et les réponses. Si la question est ambiguë ou n'amène pas à une réponse binaire « oui ou non » ; l'enseignant précise qu'il ne peut pas répondre.

Étape 3 : À chaque question posée ; l'enseignant interroge les élèves : « Peut-on trouver le solide que j'ai caché ? » Si la réponse est « non », on refait un tour. Si la réponse est « oui », l'enseignant demande aux élèves de lever le solide envisagé à bout de bras. La validation est immédiate.

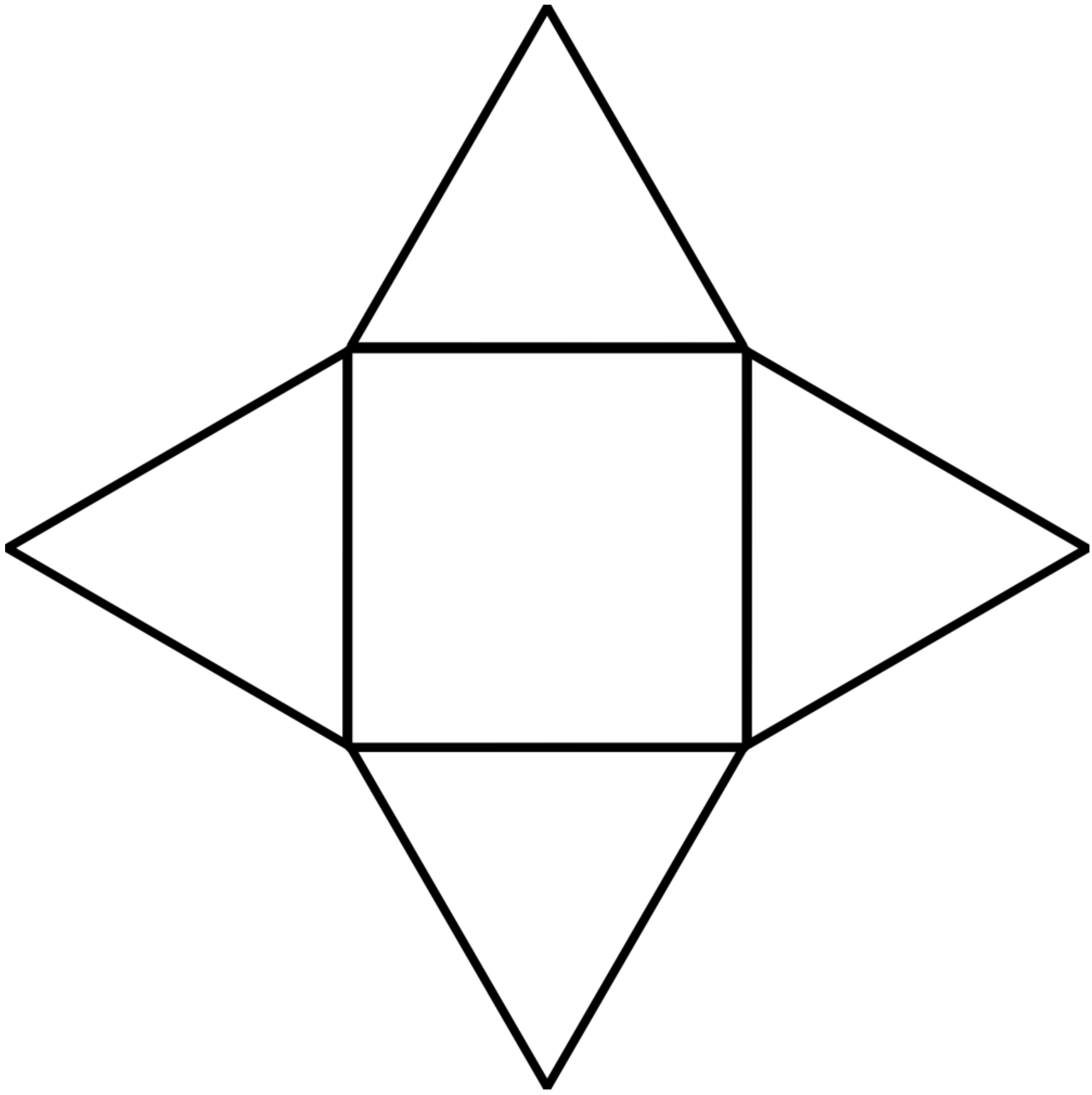
## Remarques

Des problèmes intéressants pourront être soulevés

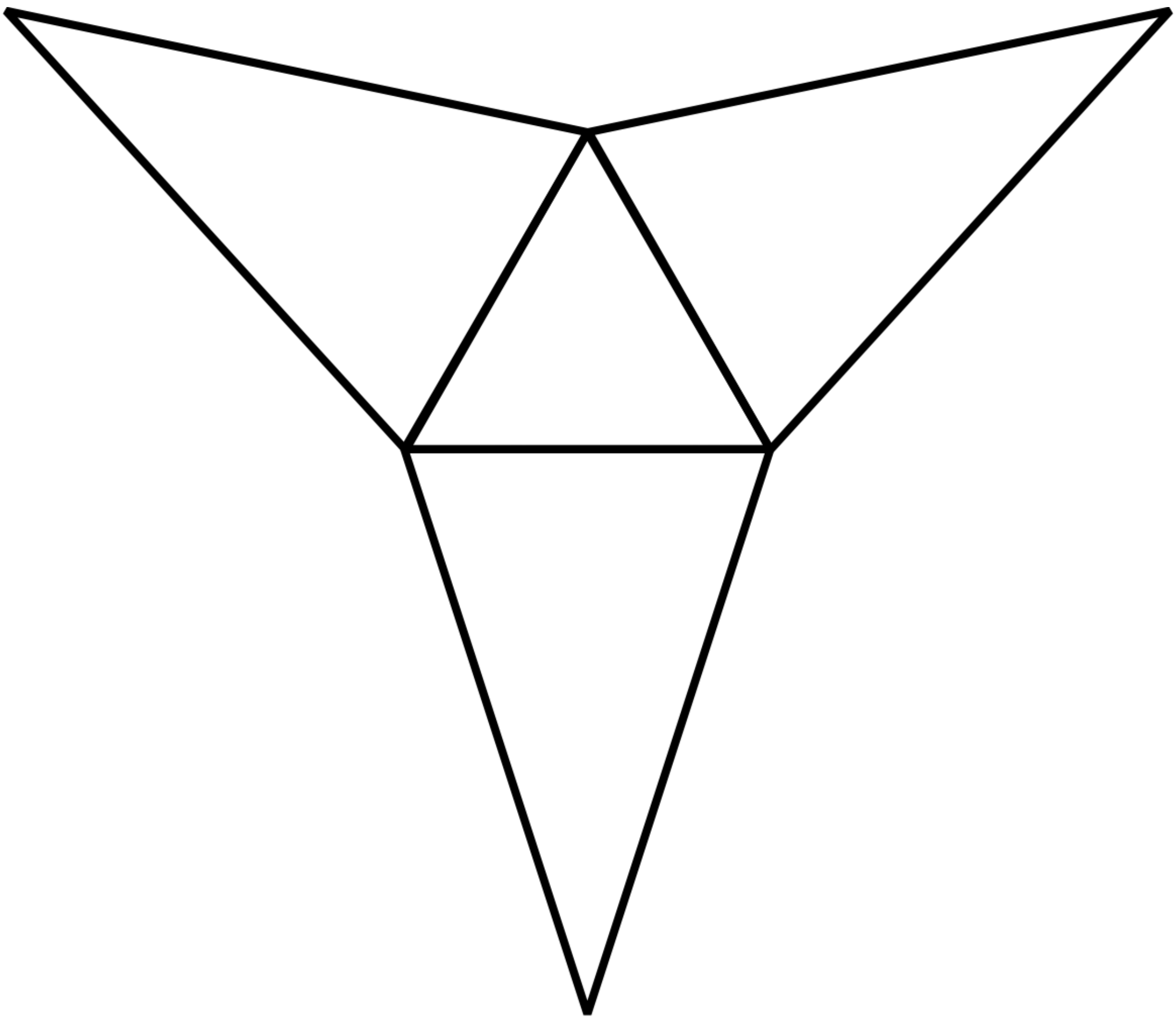
- Les questions portant sur les propriétés qualitatives du solide notamment concernant la forme globale du solide (« A-t-il la forme d'une tente ? »)
- Des confusions entre le 2D et le 3D (« A-t-il une forme de rectangle ? » pour désigner le pavé droit)
- L'usage de vocabulaire social : piquant ; pointu pour désigner un sommet.

À la lumière de ces remarques, il serait préférable de réaliser des solides de mesures et de couleurs différentes pour limiter au maximum des questions portant sur des propriétés qualitatives des solides.

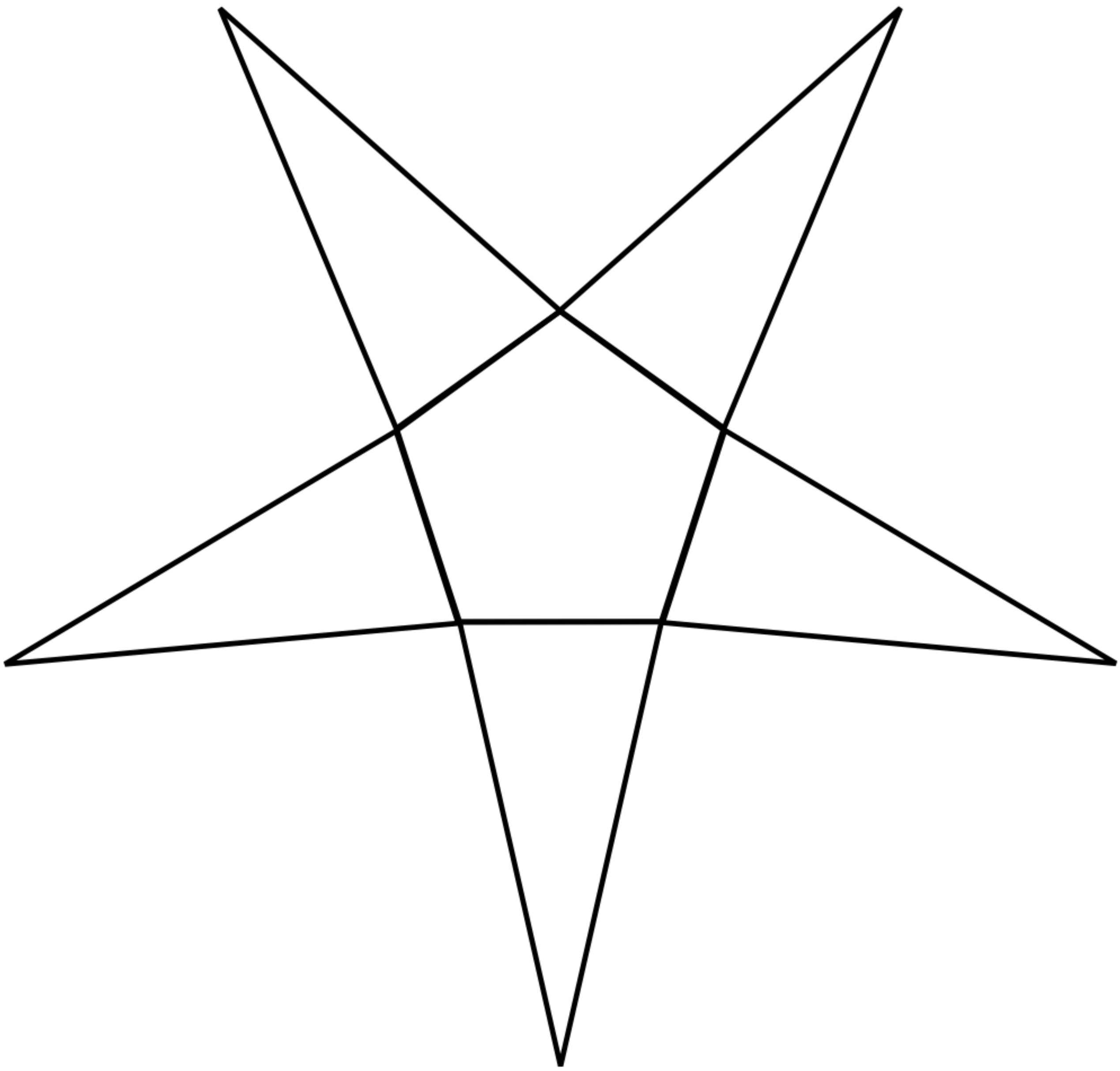
# Pyramide à base carrée



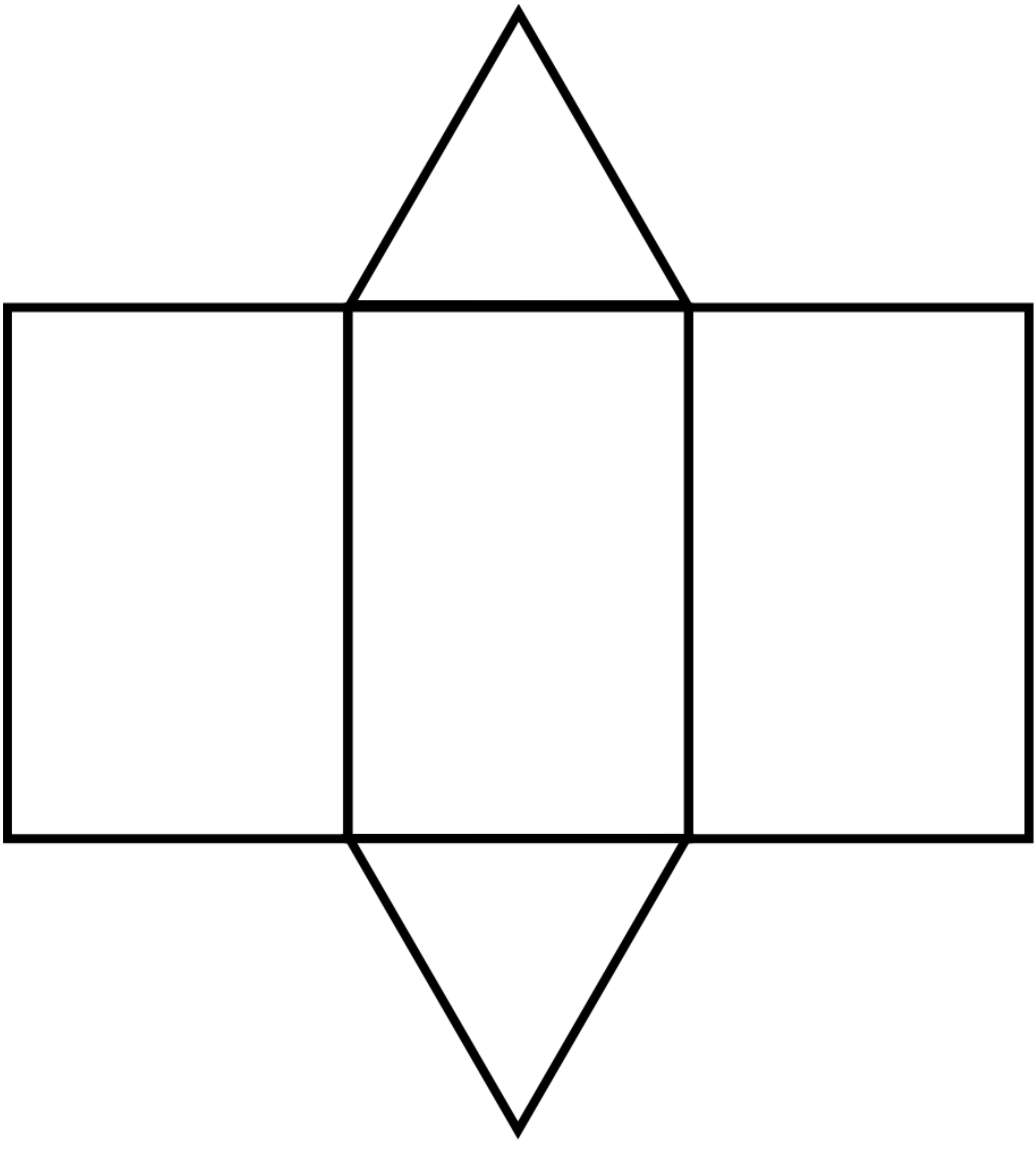
# Pyramide à base triangulaire



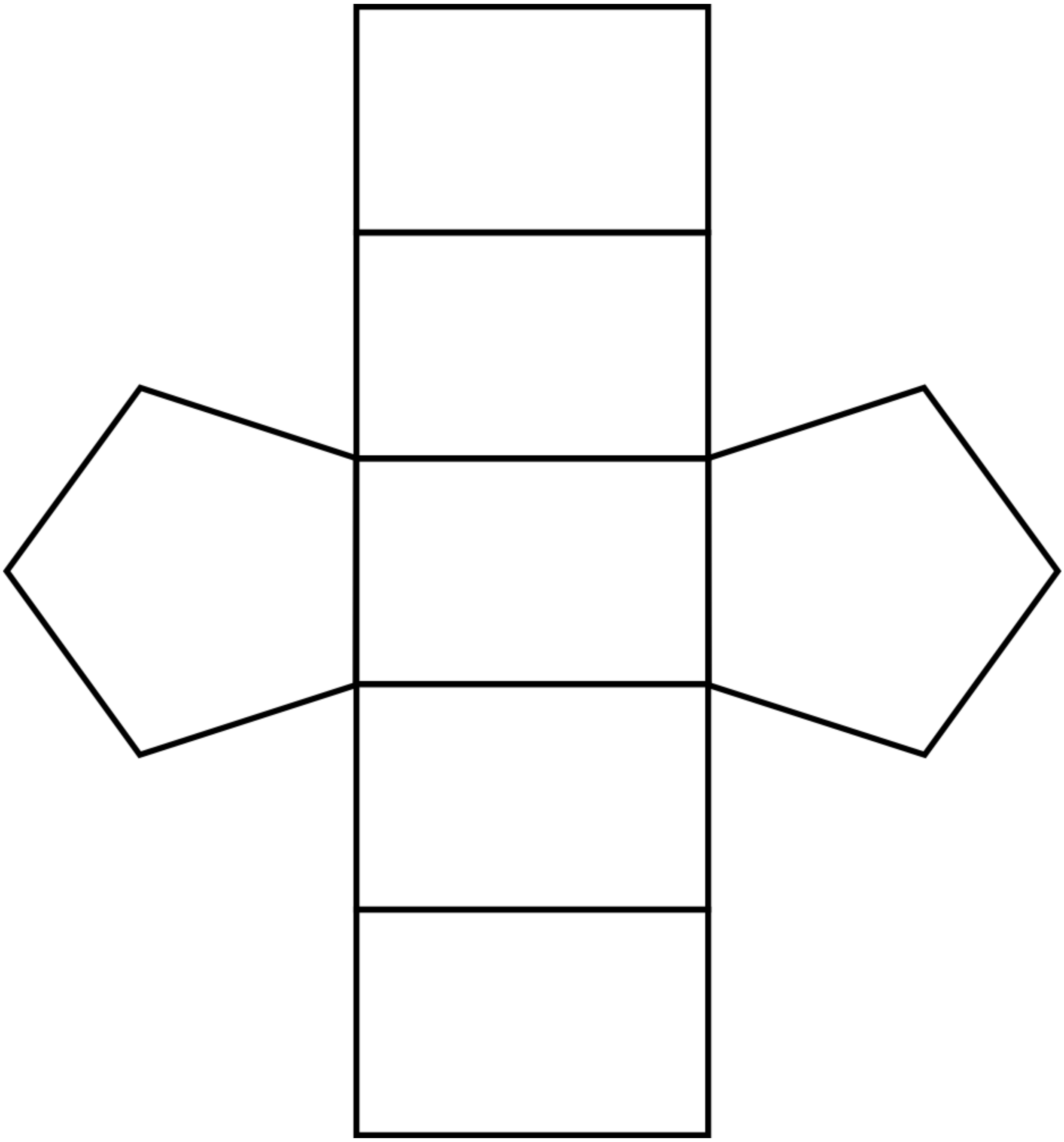
# Pyramide à base pentagonale



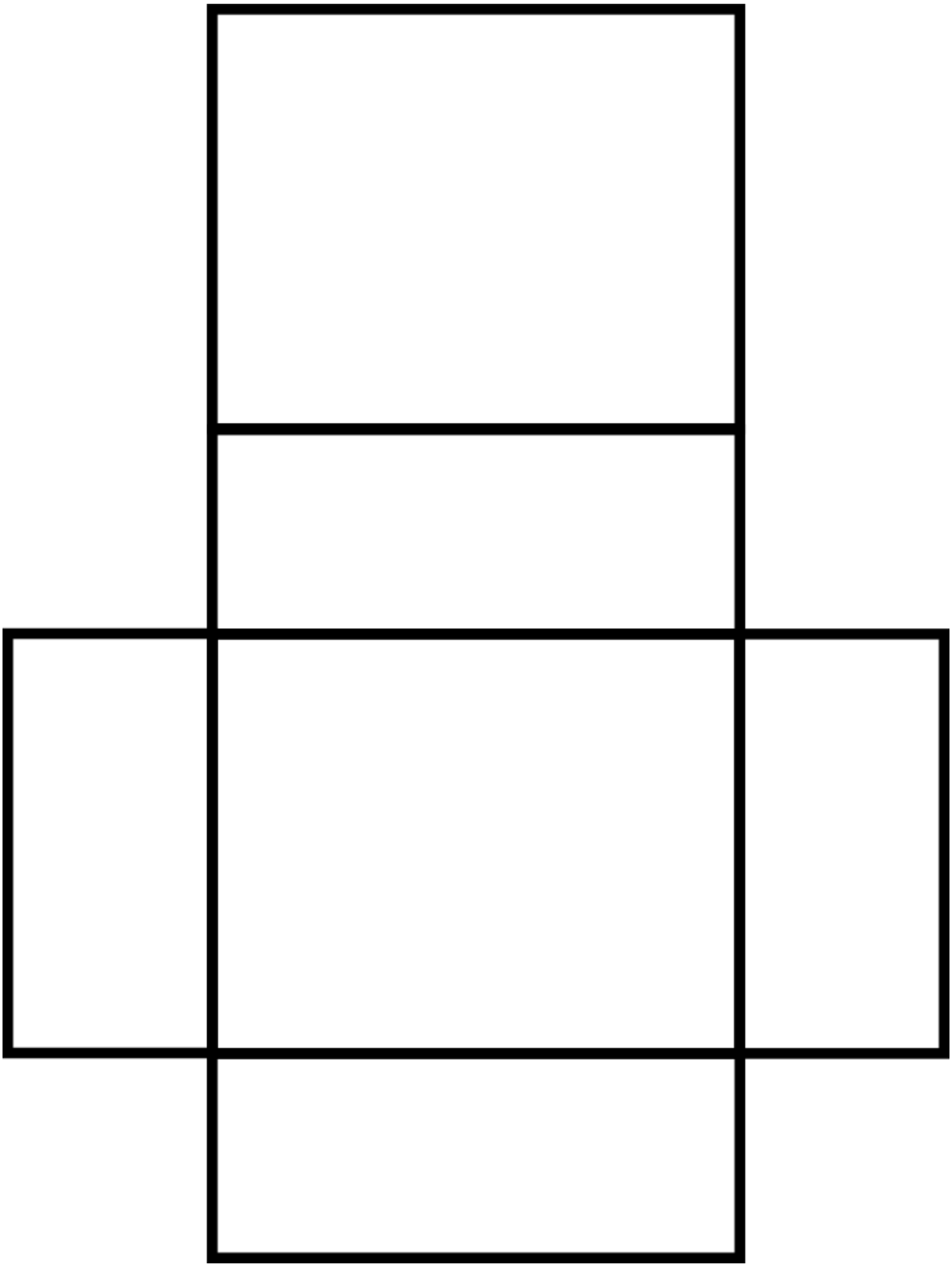
# Prisme à base triangulaire



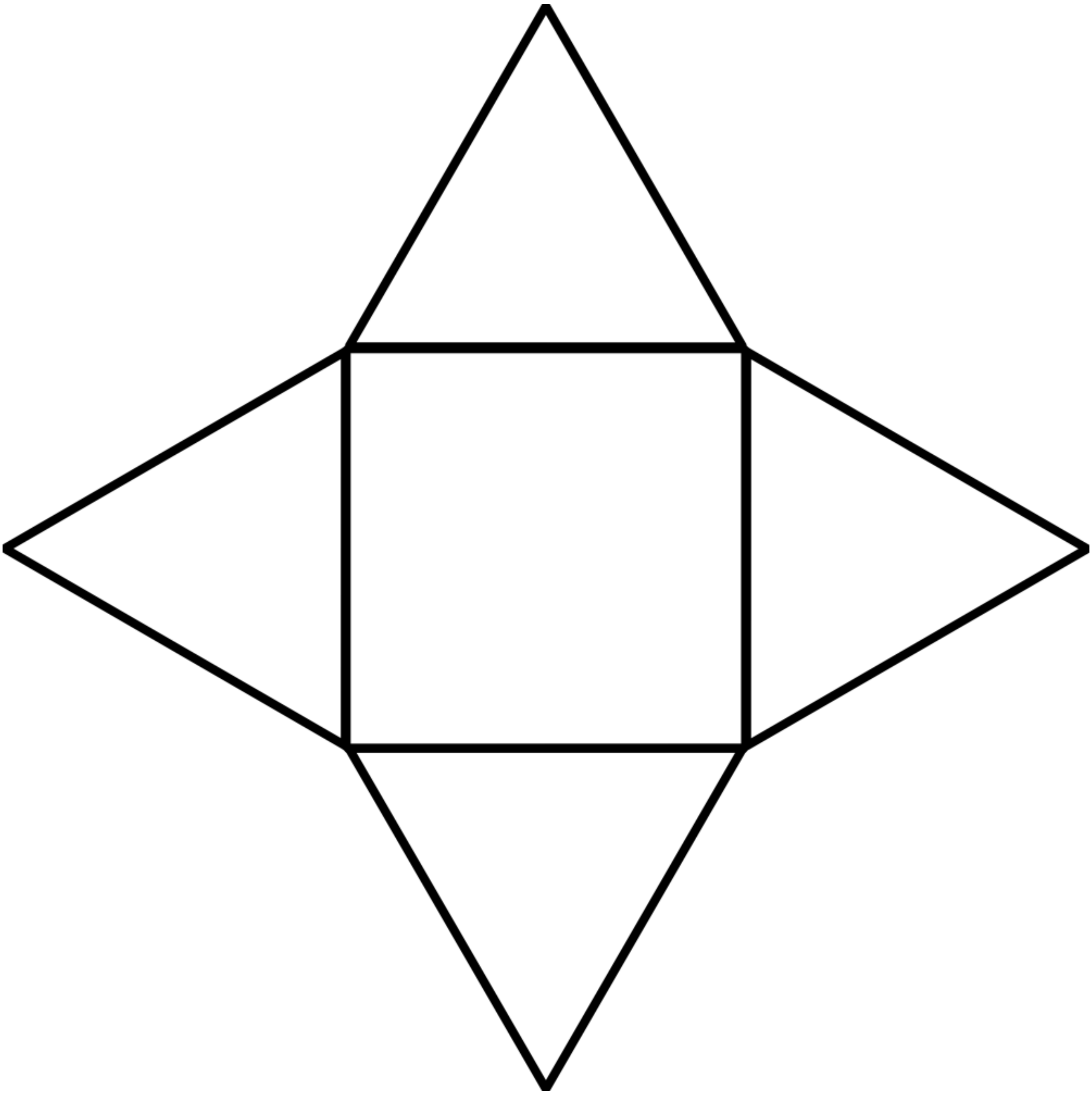
# Prisme à base pentagonale



# Parallélépipède rectangle



# Pyramide à base carrée qu'il faut tronquer



| Fiche d'utilisation | Le domaine | Les niveaux de l'activité | Matériel nécessaire |
|---|---|---|---|
| **Dominos** | Géométrie | Cycles 2 et 3 | Des photocopies de plateaux et des dominos |

# Les objectifs didactiques

- Découvrir, mémoriser ou réactiver des savoirs dans le domaine de la géométrie, du repérage ;
- Travailler le langage mathématique ;
- Travailler le codage ;
- Découvrir et prendre conscience de propriétés et de relations entre objets.

**Repérage (cycle 2) :** ce jeu propose de faire réfléchir les élèves aux mots du repérage. Par exemple, « au-dessus » et « au-dessous » sont à distinguer de « à la verticale ». On évoque aussi l'alignement et la latéralisation. Certains dessins affichent trois points, pour une proposition en mots n'en évoquant que deux, pour travailler le concept de condition nécessaire, de condition suffisante ;

**Polygones (cycle 2) :** les polygones choisis sont ceux des attendus de fin de cycle. Quelques non-polygones permettent de ne pas s'enfermer dans l'étude de cas particuliers. L'enseignant peut demander une vérification instrumentée ou de la reconnaissance de formes perceptives, selon l'objectif visé et le niveau. Des propositions négatives sont énoncées, pour catégoriser aussi par discrimination. Le carré avec ses diagonales permet de présenter une figure, avec une sous-figure qui ne change pas sa nature. Les choix effectués permettent d'insister particulièrement sur le fait qu'un carré est un rectangle ;

**Polygones (cycle 3) :** le principe est le même, adapté au cycle 3, avec des codages (même dans des cas où ils n'apportent aucune information décisive). En marge du jeu, chaque figure pourrait être décrite grâce à ces codages. Ici aussi, les choix des élèves pourraient évoluer, au fil des parties, vers des associations moins naturelles et plus raisonnées, surtout s'il s'agit de parties en duel ;

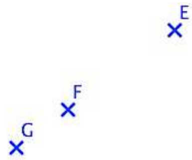
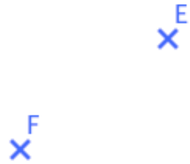
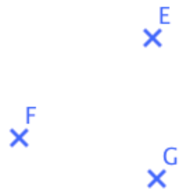
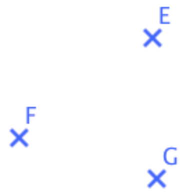
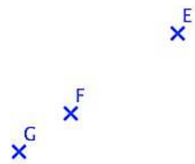
**Lignes (cycle 3) :** le domino lignes permet de travailler les objets « segment » et « droite », le lexique associé, et d'automatiser leurs notations ;

**Polygones particuliers :** ce domino peut être proposé à différents niveaux, en s'adaptant aux élèves, qui pourront, même sans connaître certaines figures, procéder par élimination. Les polygones particuliers y sont représentés, avec une focale sur les diagonales, pour amener un changement de regard.

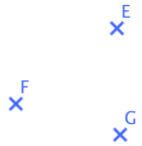
# La mise en œuvre

Les jeux proposés sont simples, pour pouvoir être utilisés en autonomie. Deux modalités sont réalisables de façon immédiate :

- Les élèves prennent, individuellement ou en binôme, un jeu et un plateau. Il s'agit de trouver une possibilité pour placer tous les dominos de façon licite. Les dominos peuvent être collés sur le plateau, et la production de l'élève corrigée facilement. Plusieurs solutions sont possibles, et on peut placer les dominos dans des sens différents, même si les corrections proposent à chaque fois un sens donné ;
- Deux élèves prennent un jeu, et suivent la règle classique du jeu de dominos, sans chercher à refermer la suite de dominos sur elle-même. Lorsqu'un des joueurs ne peut plus jouer, la partie s'arrête. On peut décider de compter les points de façon collaborative (le binôme marque le nombre de points correspondant au nombre de dominos posés, et il s'agit d'en poser un maximum), ou individuelle (et on cherchera à développer les stratégies des élèves, en les amenant à réfléchir de façon toujours plus fine). Un troisième élève peut jouer le rôle de vérificateur. À la fin de la partie, l'enseignant vérifie que le positionnement des dominos est valide.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| E est au-dessus de F |  |  |  |  | E, F et G ne sont pas alignés |
| E est à gauche de F |  | F est à gauche de E | E est au-dessous de F |  |  |
| E est à l'horizontale de F |  |  | E, F et G sont alignés |  | F est au-dessous de E |
|  | E est à droite de F | F est à la verticale de E | F est au-dessus de E | F est à droite de E |  |

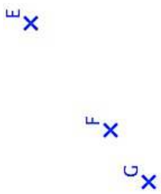

E, F et G ne sont pas alignés




F est au-dessous de E


E, F et G sont alignés

F est à droite de E



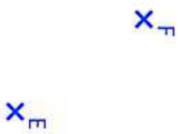

E est au-dessus de F


E est à l'horizontale de F




F est à gauche de E

E est au-dessous de F



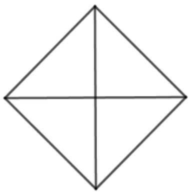
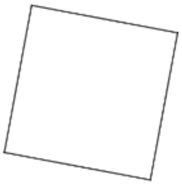
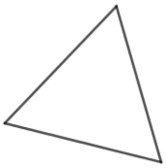
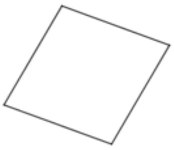
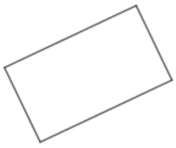
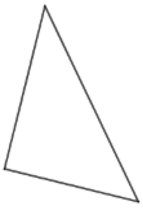
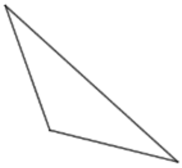
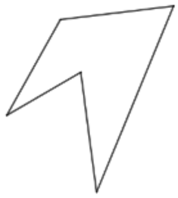
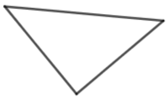
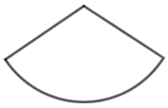
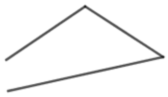


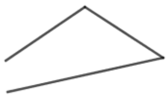
E est à gauche de F


F est à la verticale de E

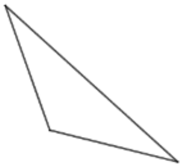
F est au-dessus de E


E est à droite de F

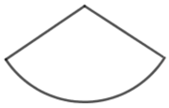
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
|  |  |  |  | C’est un carré | C’est un quadrilatère |
|  | Ce n’est pas un rectangle |  | C’est un triangle équilatéral | C’est un polygone à 5 côtés | C’est un rectangle |
| Ce n’est pas un polygone |  |  | Ce n’est pas un polygone | C’est un triangle rectangle et isocèle |  |
| C’est un triangle rectangle |  |  | C’est un rectangle régulier |  | C’est un triangle isocèle |



C’est un triangle isocèle

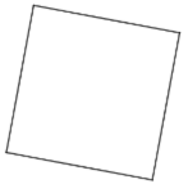


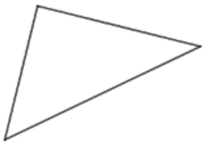
Ce n’est pas un polygone

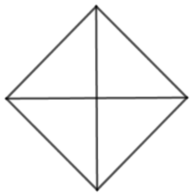


C’est un rectangle régulier

Ce n’est pas un polygone





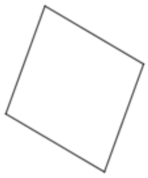


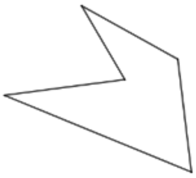
C’est un triangle rectangle

C’est un carré

C’est un quadrilatère

C’est un triangle rectangle et isocèle

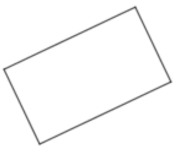




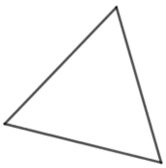
Ce n’est pas un rectangle

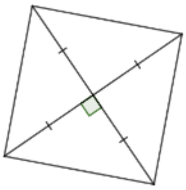
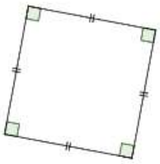
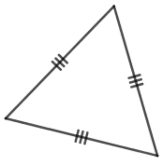
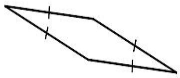
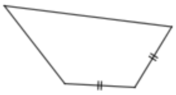
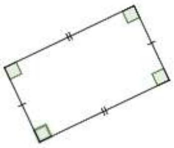
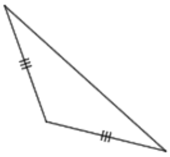
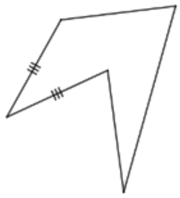
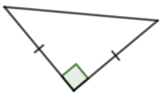
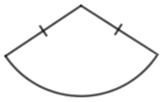
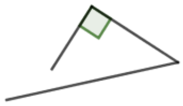
C’est un polygone à 5 côtés

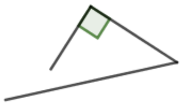
C’est un rectangle



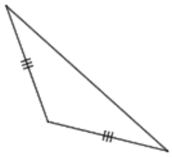
C’est un triangle équilatéral



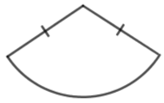
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
|  |  |  |  | C’est un carré | C’est un quadrilatère |
|  | Ce n’est pas un rectangle |  | C’est un triangle équilatéral | C’est un polygone à 5 côtés | C’est un rectangle |
| Ce n’est pas un polygone |  |  | Ce n’est pas un polygone | C’est un triangle rectangle et isocèle |  |
| C’est un triangle rectangle |  |  | C’est un rectangle régulier |  | C’est un triangle isocèle |



C'est un triangle isocèle

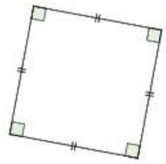


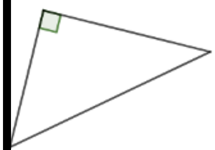
Ce n'est pas un polygone

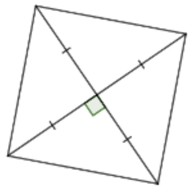


C'est un rectangle régulier

Ce n'est pas un polygone

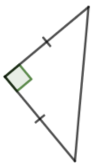






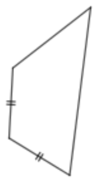
C'est un triangle rectangle

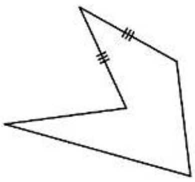
C'est un carré



C'est un quadrilatère

C'est un triangle rectangle et isocèle

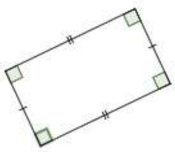




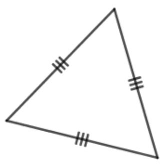
Ce n'est pas un rectangle

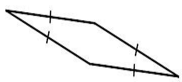
C'est un polygone à 5 côtés

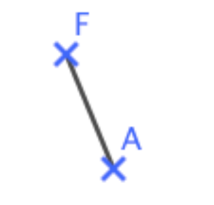
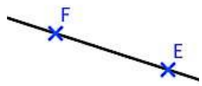
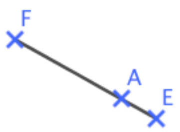
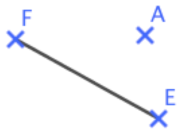
C'est un rectangle



C'est un triangle équilatéral





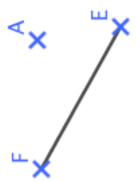
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| [EF] |  | [FE] |  | (FE) | Le segment d'extrémités E et F |
| Un segment auquel A appartient |  | Les points E et F | (EF) | EF |  |
| [FA] |  |  |  | Le segment reliant E à F | (AF) |
| Un segment auquel A n'appartient pas |  | Une droite passant par F |  | La droite passant par les points E et F | La distance entre les points E et F |

Un segment auquel A n'appartient pas

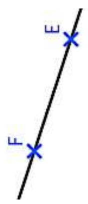

Le segment reliant E à F

(AF)






Une droite passant par F



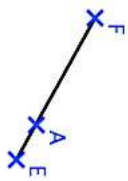

EF

La distance entre les points E et F

La droite passant par les points E et F

[EF]


[FA]




Un segment auquel A appartient

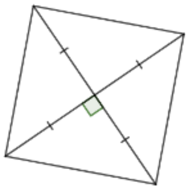
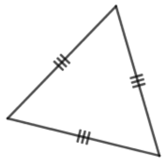
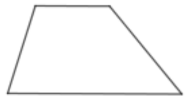
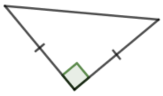
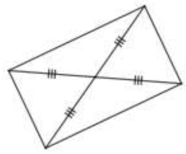
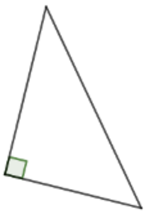
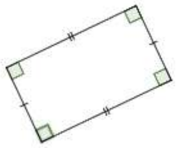
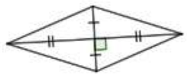
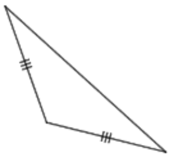
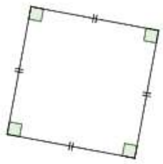
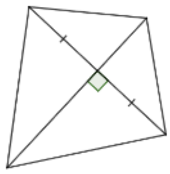

(FE)

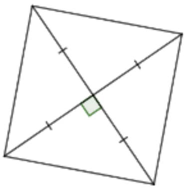
Le segment d'extrémités E et F

[FE]

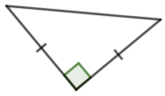

Les points E et F

(EF)

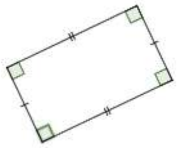
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
|  | Un triangle rectangle isocèle |  | Un trapèze |  | Un losange |
|  | Un rectangle |  | Un triangle rectangle |  | Un carré |
|  | Un cerf-volant |  | Un triangle équilatéral |  | Un carré |
|  | Un losange |  | Un triangle isocèle |  | Un rectangle |



Un triangle rectangle isocèle

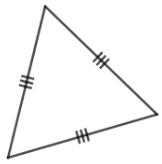


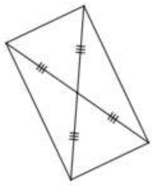
Un rectangle



Un triangle équilatéral

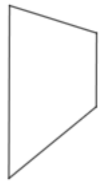
Un carré

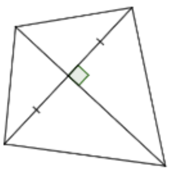




Un trapèze

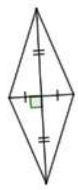
Un rectangle

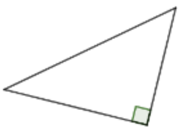




Un losange

Un cerf-volant

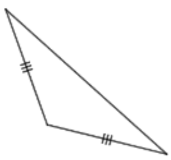




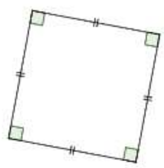
Un carré

Un triangle rectangle

Un losange



Un triangle isocèle



| Fiche d'utilisation | Le domaine | Les niveaux de l'activité | Matériel nécessaire |
|---|---|---|---|
| Déconstruction de figures | Géométrie | Cycles 1, 2 et 3 | Un vidéoprojecteur, un ordinateur muni de GeoGebra, des photocopies des figures étudiées |

# Qu'est-ce qu'une déconstruction de figure ?

*« La figure géométrique est l'objet géométrique décrit par le texte qui la définit, une idée, une création de l'esprit tandis que le dessin en est une représentation »* (Parzysz, 1988)

*Figure, « objet mathématique dont le dessin n'est qu'une représentation », « élément du monde mathématique et non du monde sensible », « dessin qui serait infiniment précis » (Arsac, 1989)*

La déconstruction de figure vise à réaliser une « déconstruction dimensionnelle » dans l'esprit des élèves, c'est-à-dire à favoriser les passages d'une vision mentale à l'autre : les élèves entrent souvent plus spontanément dans les problèmes géométriques en adoptant une vision des figures en termes de surfaces (juxtapositions et/ou superpositions de surfaces). Pourtant, la plupart des concepts géométriques visés aux cycles 3 et 4 s'expriment par des relations entre des lignes ou des points (avec des relations d'incidence, d'alignement, de parallélisme, de perpendicularité, des égalités de longueur de segments, le milieu d'un segment, etc.). Il faut donc être en mesure de faire apparaître des sous-figures et des sur-figures (des figures contenues dans ou hors de la figure initiale, obtenues par prolongements).

# Les objectifs didactiques

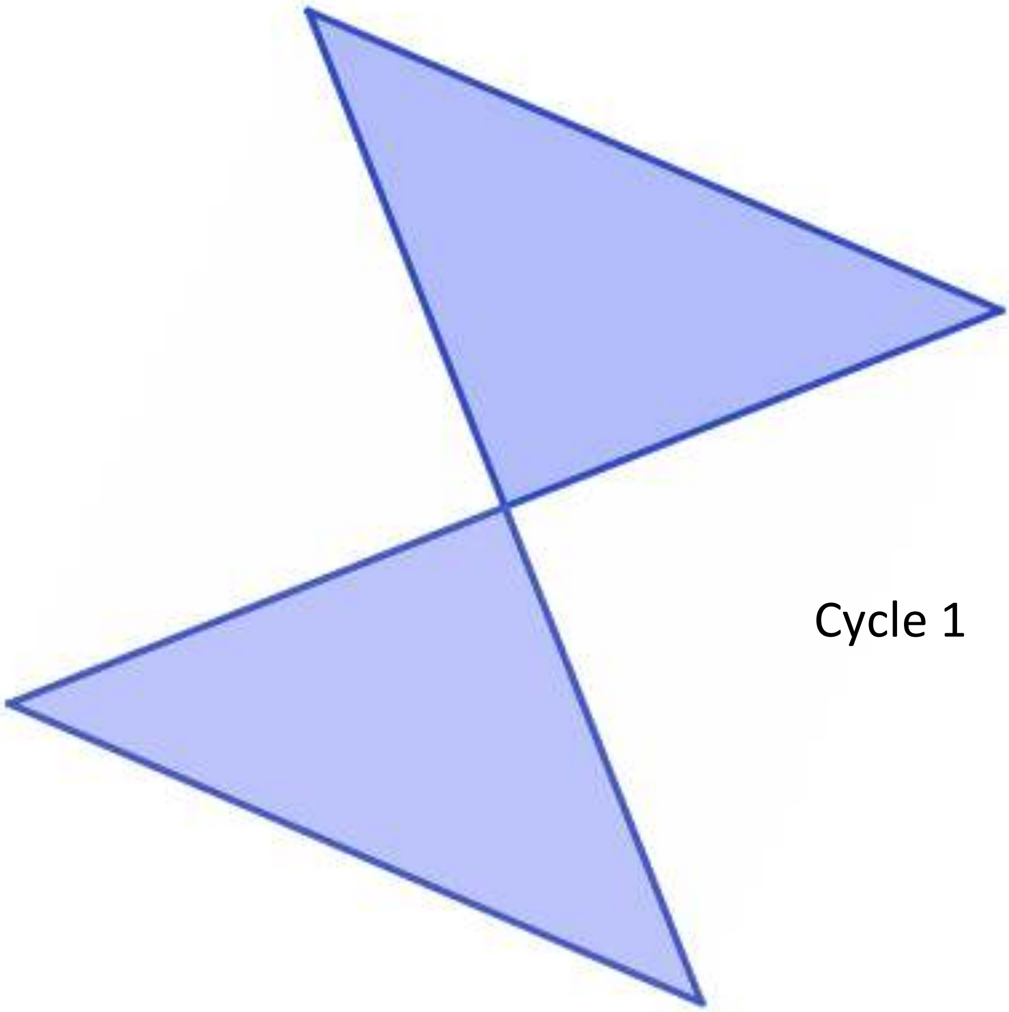
- Passer d'une vision surfaces à une vision lignes/points, et réciproquement ;
- Découvrir et prendre conscience de propriétés géométriques : des relations entre des lignes et des points ;
- Faire évoluer l'interprétation et l'analyse des dessins, pour s'engager vers une analyse géométrique.

# La mise en œuvre

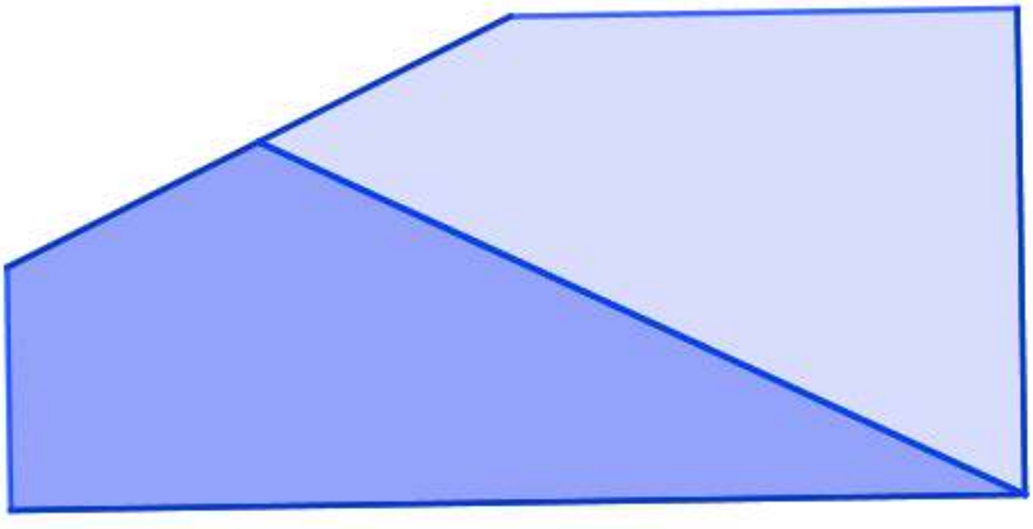
Étape 1 : on propose aux enfants une version projetée ou papier de la figure à analyser. Le but de l'activité leur est présenté : il s'agit de reproduire la figure correspondant à ce dessin. Dès le début, il va falloir expliquer aux enfants que les dimensions du dessin qu'ils ont sous les yeux ne sont pas importantes : on va pouvoir produire un dessin plus grand ou plus petit, mais il faudrait que ce soit « le même, quand même ». Que cela peut-il bien signifier ?
On veut ici amener les enfants à comprendre la notion d'invariants liés à des propriétés géométriques et des relations entre objets.
Étape 2 : on laisse les enfants réfléchir, individuellement et/ou collectivement, à une description de la figure : que dirait-on à un camarade qui devrait la représenter sans la voir ? Puis on débat des propositions des enfants, en analysant les erreurs, en catégorisant ce qui relève du dessin et ce qui relève de la figure.
Étape 3 : on élabore une solution collective, en s'appuyant sur les fichiers GeoGebra (annexes) qui permettent de rendre la figure dynamique, et ainsi de donner à voir les invariants.

# Remarques

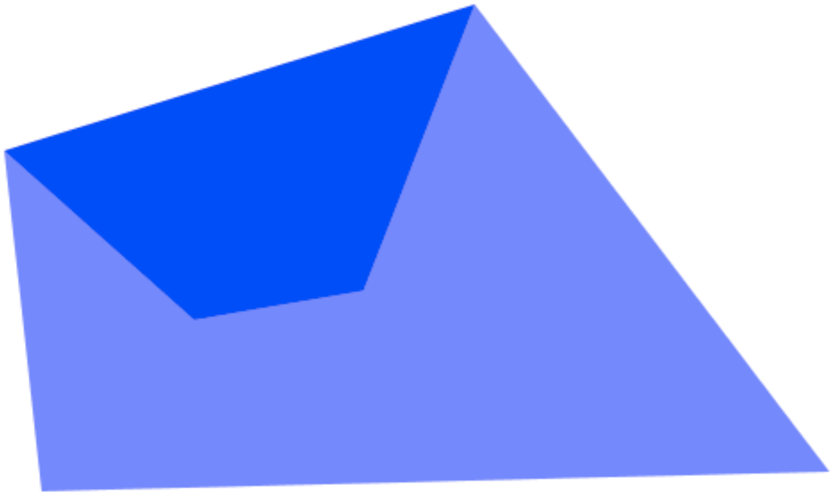
- Pour des petits, en cycle 1 ou en début de cycle 2, on pourra commencer par conserver des mesures données si cela constitue un écueil opérationnel. Mais alors, une fois la figure réalisée, on leur fera la dessiner avec d'autres mesures, et verbaliser ce qu'on a obtenu : visuellement ce n'est pas le même dessin, mais mathématiquement c'est la même figure. Cela semble délicat, mais par analogies on permet aux enfants de comprendre, progressivement : « quand tu étais bébé, aujourd'hui et quand tu seras grand, tu n'es pas identique *(c'est le dessin)*, mais pourtant c'est toujours toi *(c'est la figure)* » ; « Regarde ces deux dessins. Ce sont deux rectangles. Ils n'ont pas les mêmes dimensions, et pourtant, toi, tu sais que ce sont deux rectangles ».
- Cette activité est très intéressante aussi à réaliser avec des enseignants, en formation.



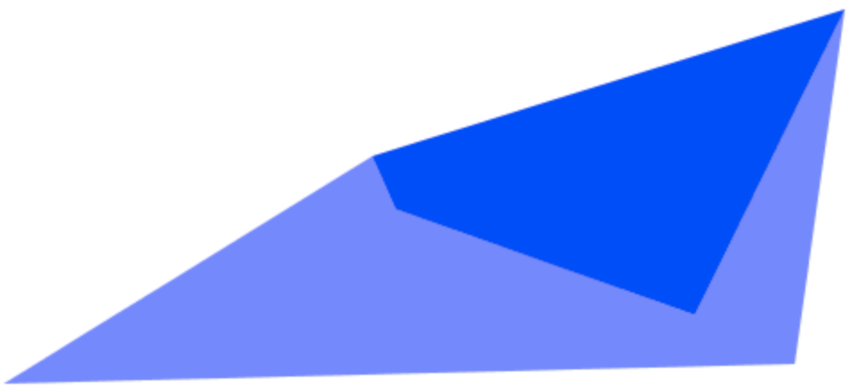
Cycle 1



Cycle 2



Cycle 3



| Fiche d'utilisation | Le domaine | Le niveau de l'activité | Matériels nécessaires |
|---|---|---|---|
| **Le jeu des étiquettes** | Géométrie<br>Logique | Pour les enseignants | Des rectangles de papier, vierges |

## Qu'est-ce que le jeu des étiquettes ?

Le jeu des étiquettes est un outil destiné aux enseignants (et aux élèves de fin de cycle 4 et de lycée). Il permet de réactiver des définitions et propriétés d'objets géométriques élémentaires, et de travailler explicitement la logique. Les concepts de conditions nécessaires et de conditions suffisantes (et d'équivalence), sont complexes, délicats et cruciaux. Ils font partie de ce que les enseignants doivent avoir compris pour être en mesure de faire ce pas de côté indispensable pour enseigner efficacement.

## Les objectifs didactiques

- Faire mettre en œuvre le triptyque manipuler-verbaliser-abstraire aux enseignants.
- Réactiver les savoirs liés aux quadrilatères particuliers.
- Faire comprendre en acte les conditions nécessaires, suffisantes, les équivalences.

## La mise en œuvre

La mise en œuvre choisie ici a pour objet central le parallélogramme (non croisé), parce qu'il est un objet clef. Mais on pourrait adapter le jeu avec des triangles, par exemple.

Étape 1 : on donne la consigne suivante aux enseignants :

« Sur les cartons que je mets à votre disposition, écrivez des « morceaux de phrases » qui puissent former une phrase vraie, concernant les quadrilatères. J'ai déjà un carton avec « a » et un carton avec « est ». Par exemple, si vous écrivez « un quadrilatère qui possède quatre angles droits » sur un carton et « un rectangle » sur un autre, nous pourrons former la phrase « Un quadrilatère qui possède quatre angles droits est un rectangle ». Vous pouvez écrire des cartons qui soient réutilisables dans différentes phrases ! »

Il est conseillé d'afficher cet exemple au tableau.

Étape 2 : une fois une quantité suffisante de cartons produits par les enseignants, on peut faire un point assez efficace sur leurs connaissances: après une recherche individuelle, certains pensent aux angles et d'autres pas, certains parlent aire, d'autres transformations. On peut aussi avoir une idée du rapport de l'enseignant à la recherche : certains inventent des propriétés non « scolaires », mais vraies, d'autres pas.

Le RMC recense les propositions, et anime un débat pour que soient validées ou invalidées les propositions. On peut s'appuyer sur le document en annexe 2 (qui ne présente pas les propriétés de façon exhaustive). Dès cette étape, les enseignants abordent la question de la « réversibilité » des propositions.

Étape 3 : lorsque cette étape est claire, on peut proposer aux enseignants de catégoriser les étiquettes :

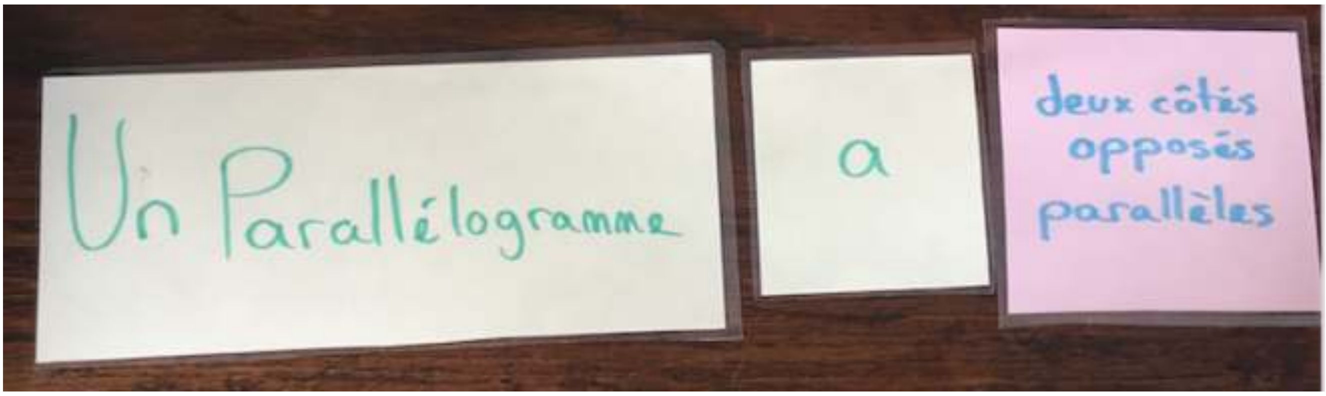
- On identifie par une couleur (avec une gommette rose, par exemple), des propriétés qui permettent d'écrire un parallélogramme-est/a-ROSE (des conditions nécessaires)
- Une autre couleur (ici, le vert) désigne des propriétés qui permettent d'écrire VERT-est-un parallélogramme (des conditions suffisantes)

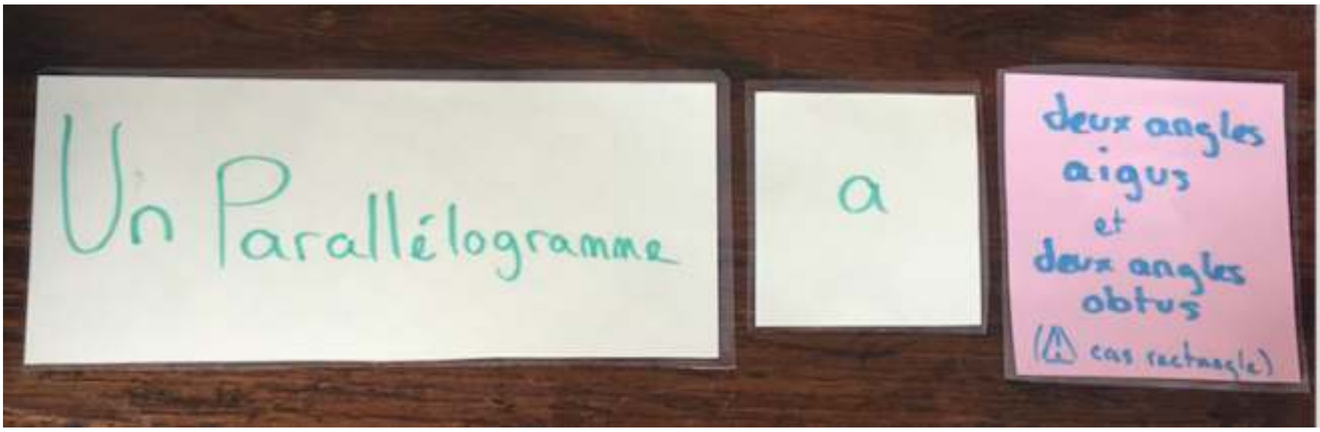
Les enseignants s'aperçoivent qu'il y a une catégorie de propriétés à laquelle on peut attribuer les deux couleurs : ce sont les conditions nécessaires et suffisantes, qui caractérisent et peuvent définir l'objet considéré. Nous voilà à l'équivalence. Dans l'annexe 1, les équivalences sont représentées en bleu.

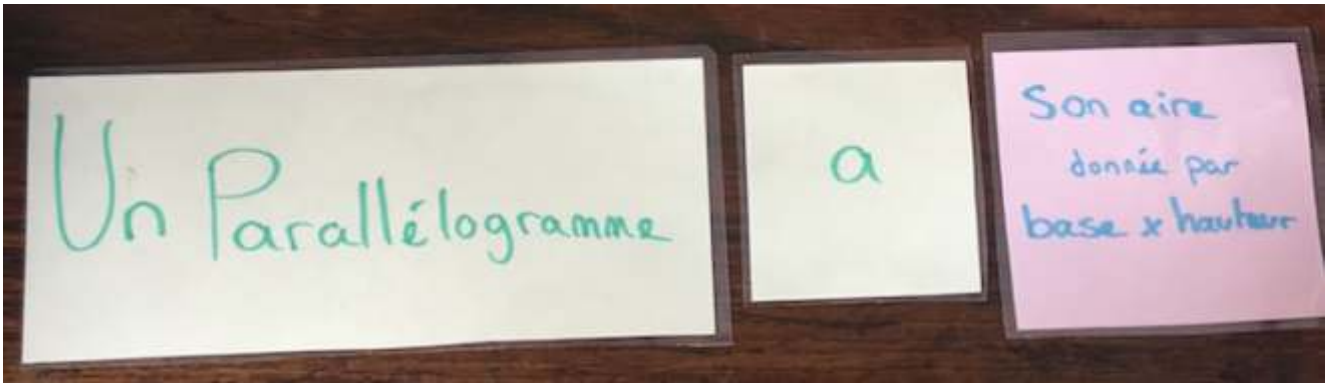
## Remarques :

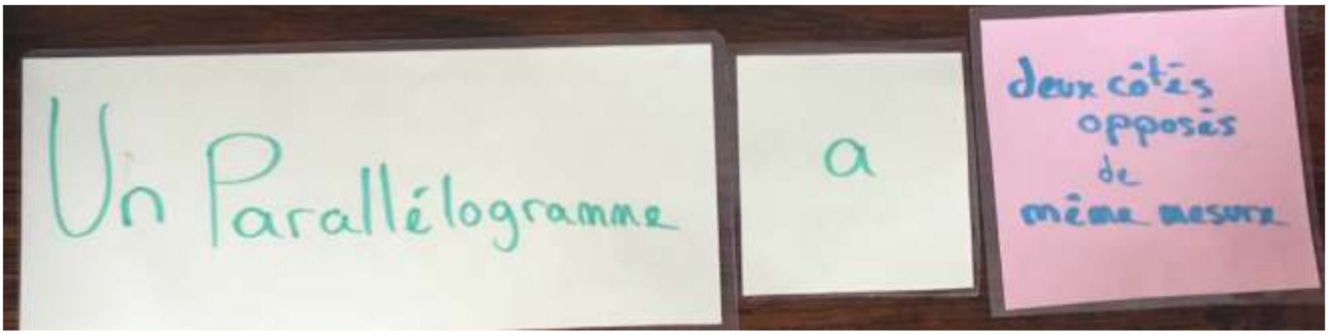
- L'annexe 1 est constituée de propositions d'élèves de quatrième, sans retouche de leurs propositions.
- On aurait pu faire figurer le trapèze dans le document mis en annexe 2.

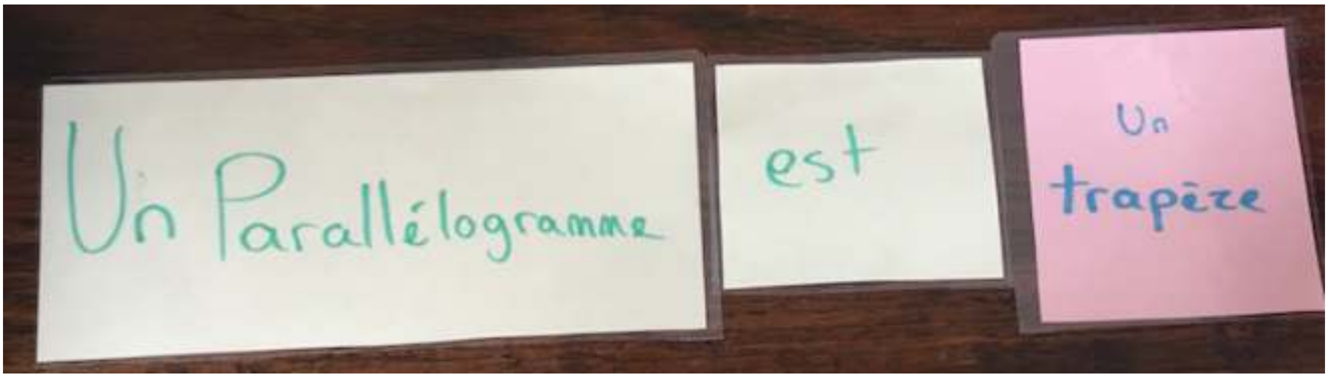
# ANNEXE 1


Un Parallélogramme
a
deux côtés opposés parallèles


Un Parallélogramme
a
deux angles aigus et deux angles obtus
(⚠ cas rectangle)


Un Parallélogramme
a
Son aire donnée par base x hauteur

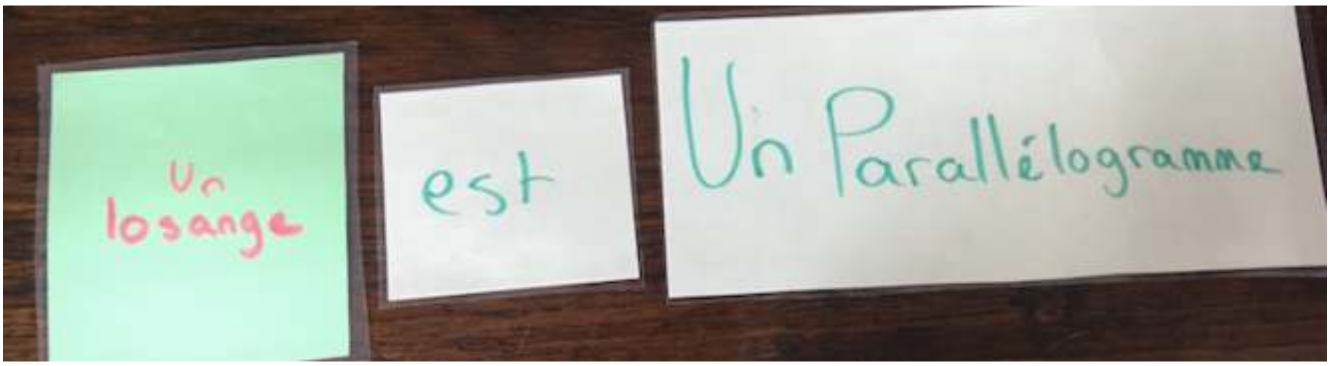

Un Parallélogramme
a
deux côtés opposés de même mesure

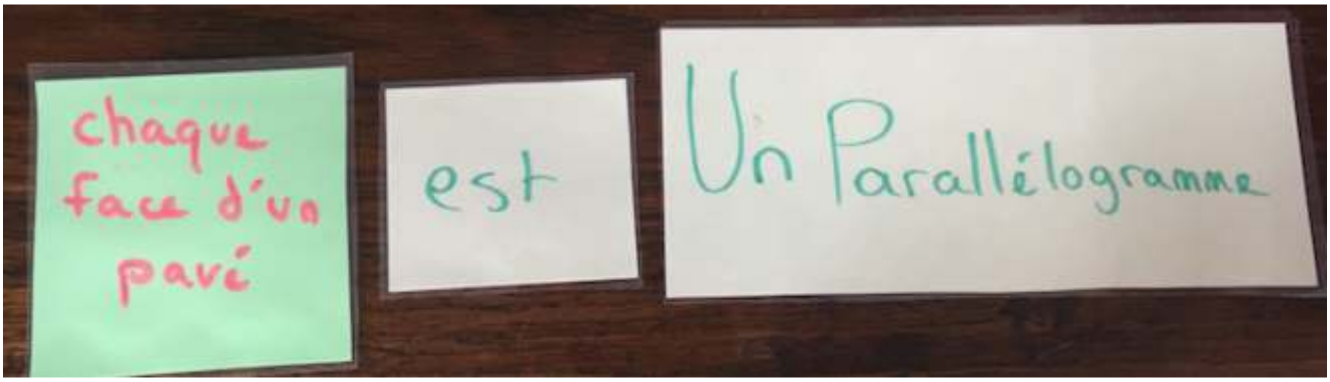

Un Parallélogramme
est
Un trapèze

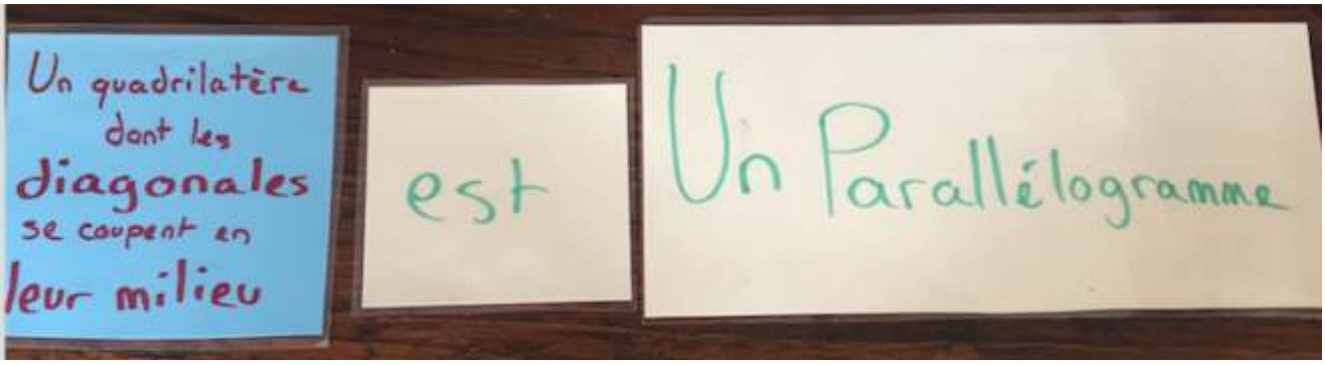

Un Parallélogramme
a
deux angles opposés égaux

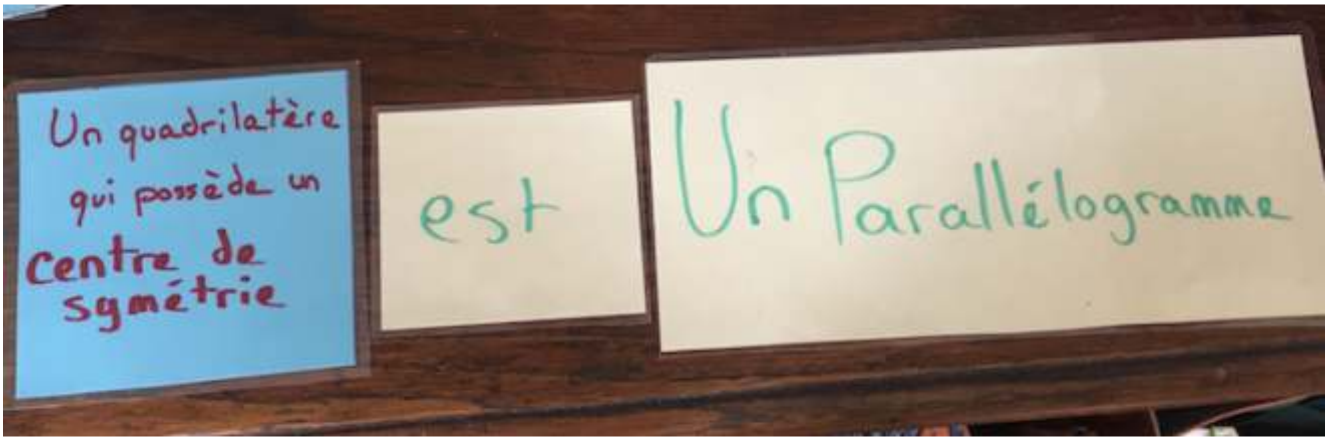

Un Parallélogramme
a
deux côtés opposés de même mesure

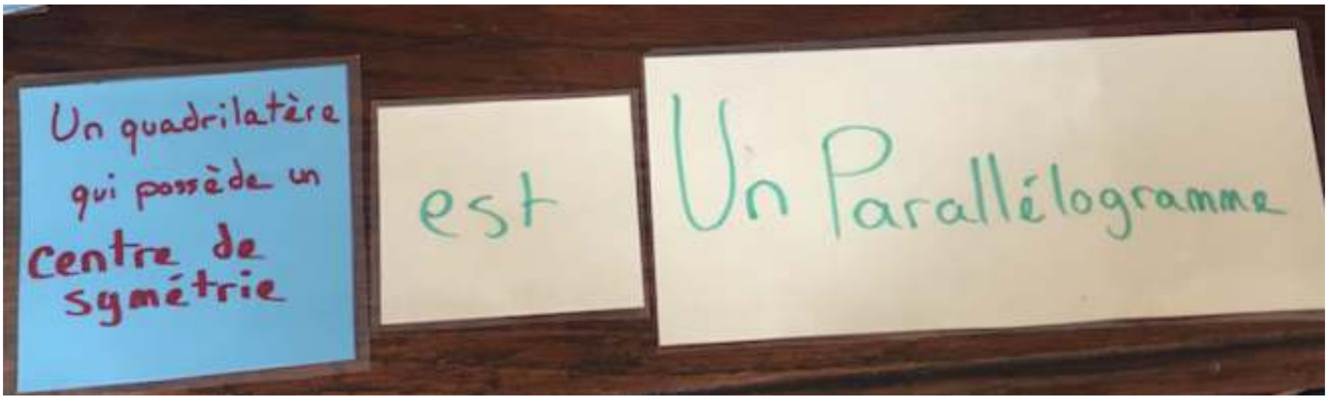

Un Parallélogramme
est
Un trapèze

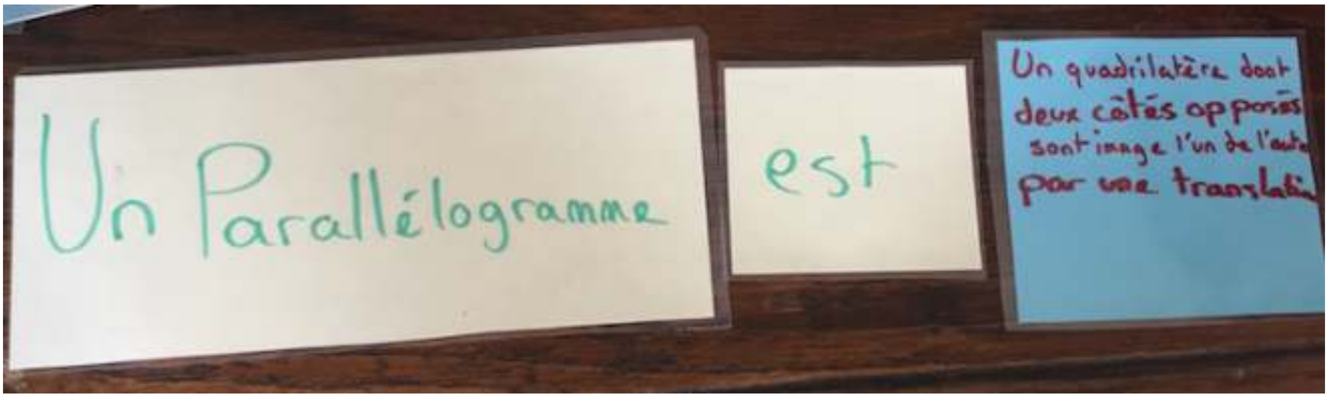

Un losange
est
Un Parallélogramme

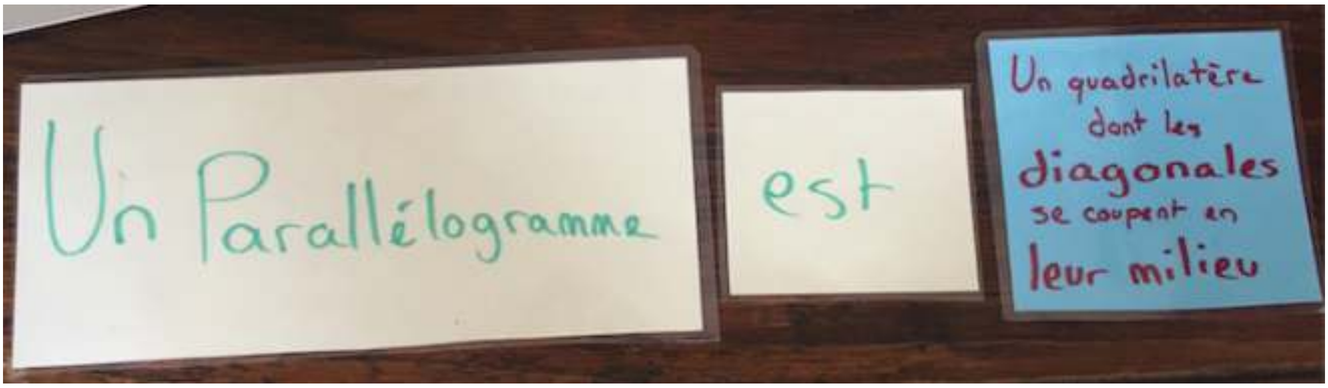

chaque face d'un pavé
est
Un Parallélogramme


Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu
est
Un Parallélogramme


Un quadrilatère qui possède un centre de symétrie
est
Un Parallélogramme


Un quadrilatère qui possède un centre de symétrie
est
Un Parallélogramme

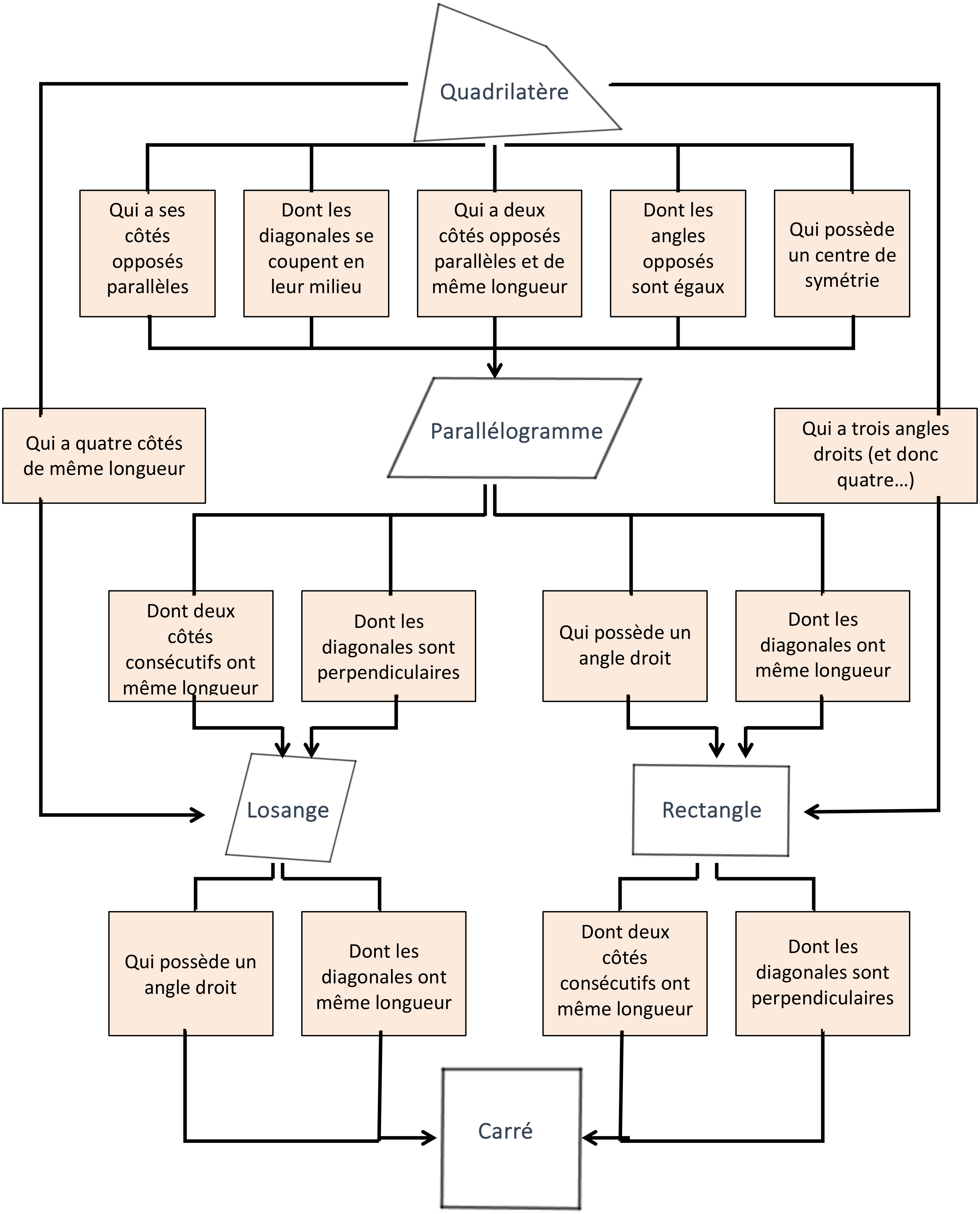

Un Parallélogramme
est
Un quadrilatère dont deux côtés opposés sont image l'un de l'autre par une translation


Un Parallélogramme
est
Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu


Un Parallélogramme
est
Un quadrilatère dont deux côtés opposés sont image l'un de l'autre par une translation


Un Parallélogramme
est
Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu

# ANNEXE 2


Quadrilatère
Qui a ses côtés opposés parallèles
Dont les diagonales se coupent en leur milieu
Qui a deux côtés opposés parallèles et de même longueur
Dont les angles opposés sont égaux
Qui possède un centre de symétrie
Parallélogramme
Qui a quatre côtés de même longueur
Qui a trois angles droits (et donc quatre...)
Dont deux côtés consécutifs ont même longueur
Dont les diagonales sont perpendiculaires
Qui possède un angle droit
Dont les diagonales ont même longueur
Losange
Rectangle
Qui possède un angle droit
Dont les diagonales ont même longueur
Dont deux côtés consécutifs ont même longueur
Dont les diagonales sont perpendiculaires
Carré

| Fiche d'utilisation | Le domaine | Le niveau de l'activité | Matériels nécessaires |
|---|---|---|---|
| Tangram | Géométrie | Cycles 1, 2, 3 | Un jeu de Tangram, des cartes-modèles. |

# Qu'est-ce que l'activité Tangram ?

L'activité Tangram a été menée dans plusieurs classes pour remédier à un exercice de rallye départemental, qui avait été majoritairement échoué par les élèves. Nous nous sommes demandé pourquoi, et nous avons cherché à construire une activité qui remédie, mais contourne un obstacle de taille avec le Tangram : poser des formes sur un modèle à l'échelle 1 : 1 est pauvre du point de vue didactique.

# Les objectifs didactiques

- Réactiver ou découvrir des figures géométriques de référence ;
- Manipuler, verbaliser, abstraire ;
- Travailler explicitement sur la parole en mathématiques ;
- Se mettre à la place de l'autre.

# La mise en œuvre

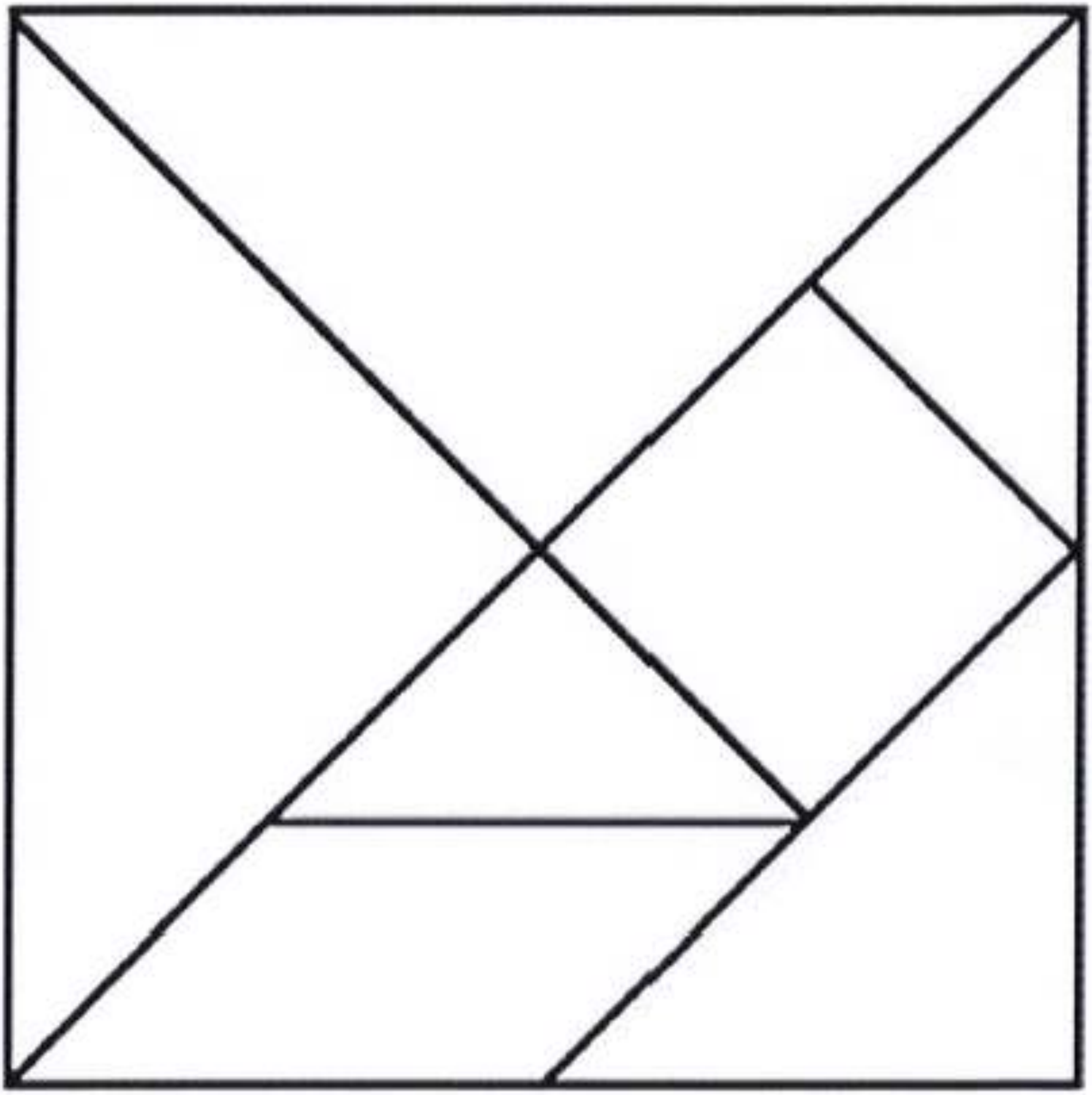
La mise en œuvre est illustrée dans l'annexe 2.
Étape 1 : l'enseignant pose un langage commun avec les élèves : on nomme ensemble les figures, on écrit leur nom, selon le cycle et le niveau on dresse une liste de propriétés ou de caractéristiques, et de liens entre les figures.
Étape 2 : les enfants utilisent les morceaux du Tangram pour reconstituer le modèle, sur une feuille vierge, en fixant chaque pièce avec de la pâte à coller. Lorsque l'enseignant a validé, ils tracent le tour de la forme obtenue, puis ôtent les pièces du Tangram.
Étape 3 : l'enseignant mène une étape d'institutionnalisation, pour consolider l'étape 1 et préparer la suite. Cette étape peut donner lieu à un affichage laissé à la vue des enfants, pour les aider à l'étape 4.
Étape 4 : on associe les enfants par binôme. Au sein de chaque binôme, un enfant explique, sans geste et sans manipulation, comment obtenir le modèle, en s'aidant de la carte-modèle, qu'il cache à son camarade. Son camarade a en face de lui une feuille de forme détourée, sur laquelle il pose les pièces en suivant les instructions reçues. L'enseignant vérifie la qualité du langage employé et donne des coups de pouce.
Étape 5 : une fois que tous les enfants ont tenu les deux rôles, on verbalise tous ensemble, en recommençant l'étape 4 au tableau avec deux élèves. L'enseignant mène un débat pour permettre aux élèves de faire émerger des éléments de langage adaptés, mathématiques, le plus univoques possible. Il fait prendre conscience aux enfants de la nécessité d'une communication efficace, et du volume d'implicite qu'ils ont pu utiliser consciemment ou pas.

# Remarques :

- des dessins-modèles à l'échelle peuvent permettre aux plus jeunes (cycle 1) de mener l'activité plus facilement. Chez les plus grands, cela risque de vider l'activité de son objectif mathématique ;
- une autre variable didactique est la présence ou non, sur les modèles, des limites de chaque pièce ;
- certains enfants sont gênés par le fait de ne pas tracer tout autour de chaque pièce, et éloignent les pièces les unes de autres pour passer le crayon entre deux. Mieux vaut anticiper cet obstacle ;
- on peut varier la nature du Tangram selon ses besoins : au cycle 1, on peut ne proposer que des carrés, des rectangles non réguliers et des triangles, par exemple.

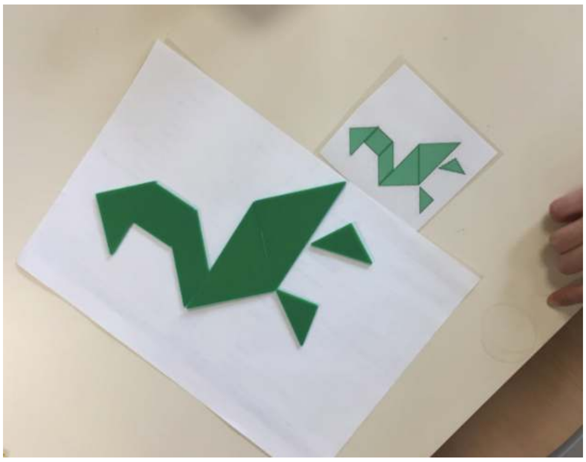
# ANNEXE 1

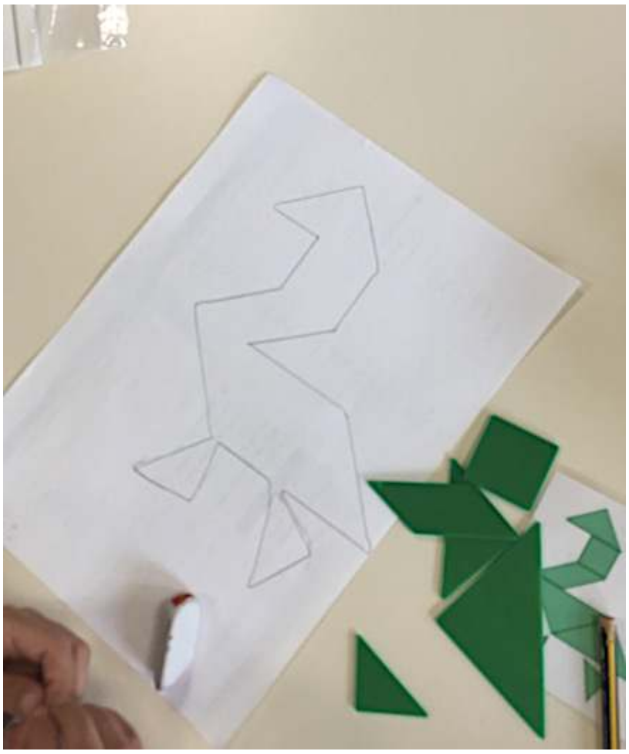
Exemple de Tangram classique



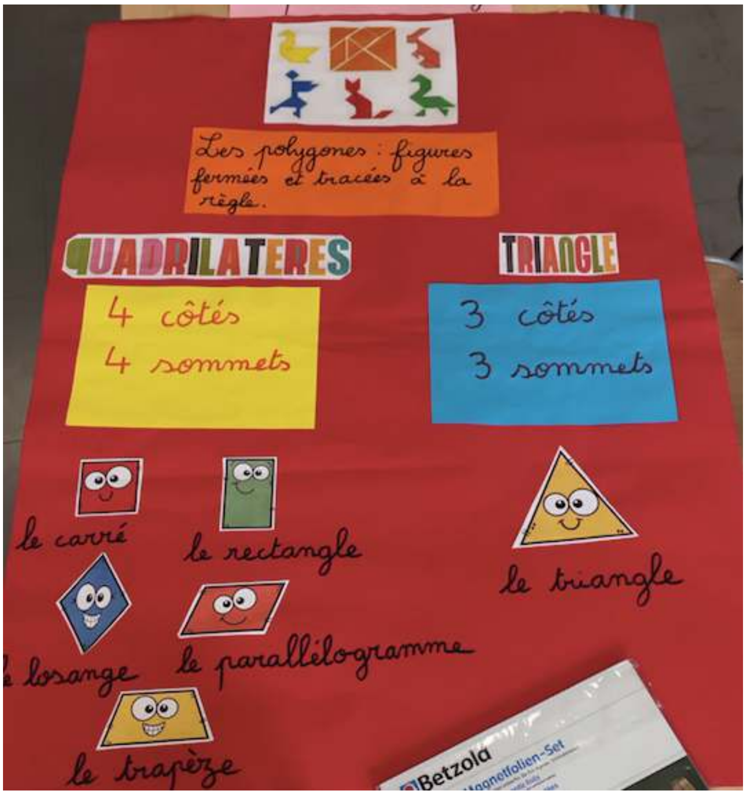
# ANNEXE 2

## ÉTAPE 2



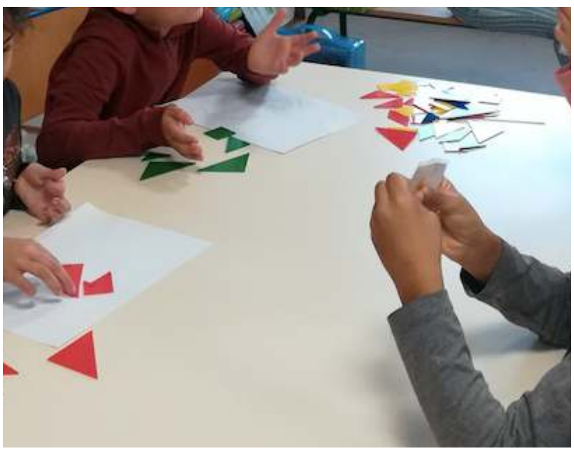


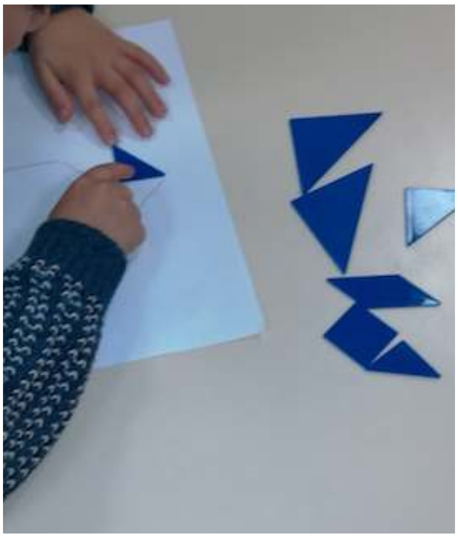
## ÉTAPE 3




Exemple d'institutionnalisation, en CE1

## ÉTAPE 4





## ÉTAPE 5


MAMAN