

La mallette à maths, des outils pour les RMC
2019 - 2020

PROPORTIONNALITÉ



RÉGION ACADÉMIQUE



Sommaire

Le puzzle de Brousseau	pages	5	à	10
Engrenages	pages	11	à	12

Fiche d'utilisation	Le domaine	Le niveau de l'activité	Matériel nécessaire
Le puzzle de Brousseau	Géométrie	Cycles 1, 2 et 3	Photocopies du modèle Modèle agrandi au tableau (éventuellement) Des blocs logiques (pour le cycle 1)

Qu'est-ce que le puzzle de Brousseau ?

Le puzzle de Brousseau ([Guy Brousseau](#), didacticien) est une activité qui s'inscrit dans le triptyque manipuler-verbaliser-abstraire : chaque élève va penser et réaliser un agrandissement d'une pièce du puzzle. Les élèves collaboreront ensuite pour valider ou invalider leurs productions.

Les objectifs didactiques

- Aborder la proportionnalité par une approche géométrique ;
- Faire comprendre en actes les propriétés de la proportionnalité (la linéarité additive, la linéarité multiplicative, le coefficient de proportionnalité à partir du CM2) ;
- Travailler le concept d'agrandissement-réduction ;
- Réactiver l'identification et les caractérisations des figures géométriques de référence ;
- Réinvestir le vocabulaire géométrique.

La mise en œuvre

Étape 1 : présentation du puzzle et annonce des étapes suivantes. L'enseignant fait verbaliser aux élèves de quelles formes géométriques de référence il s'agit et de leurs caractéristiques. On réactive le vocabulaire de la géométrie, pour que la verbalisation soit correcte et précise, lors des échanges des élèves ;

Étape 2 : les élèves disposent d'un puzzle de référence. Chaque élève est chargé de l'agrandissement d'une des pièces du puzzle, en s'appuyant sur une transformation de mesure : par exemple, « ce qui mesure 4 cm sur le modèle doit mesurer 6 cm sur votre production. » L'enseignant peut afficher au tableau le puzzle agrandi ;

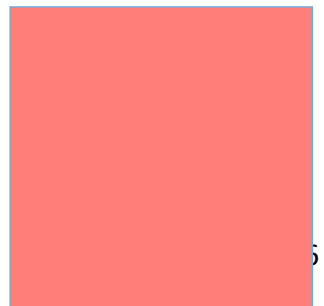
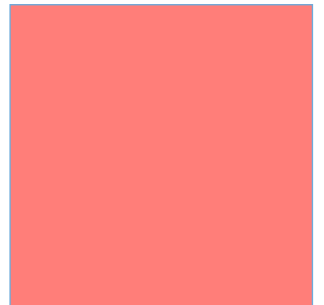
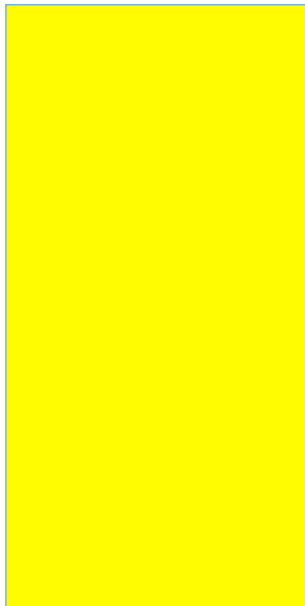
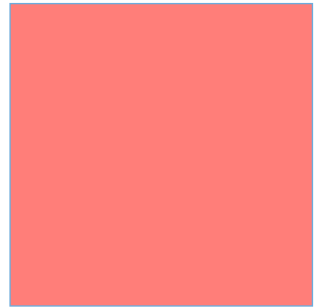
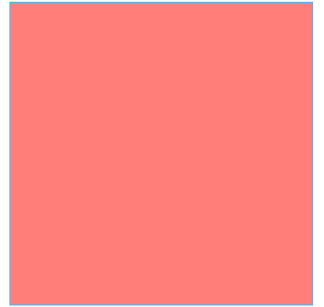
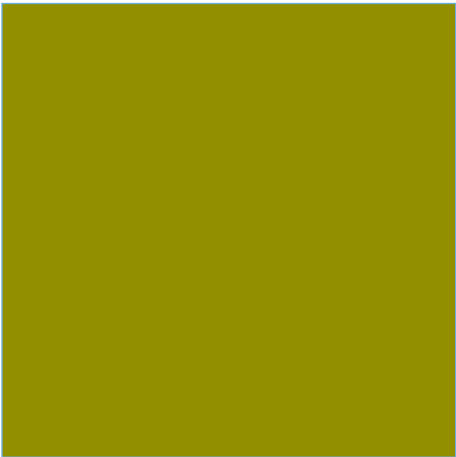
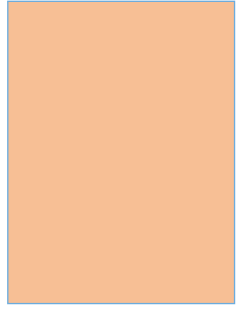
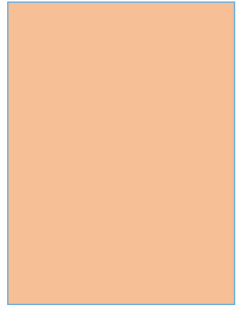
Étape 3 : les élèves, à l'invitation de l'enseignant, reconstituent le puzzle. Ils valident ou invalident leurs productions. Un débat est organisé pour déterminer quels groupes ont réussi et quelles erreurs ont été commises. L'abord est géométrique, en relation avec la figure reconstituée. À cette étape, c'est la notion d'agrandissement-réduction qui est explicitée, au sens mathématique ;

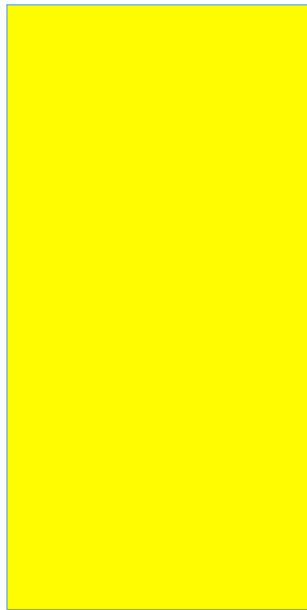
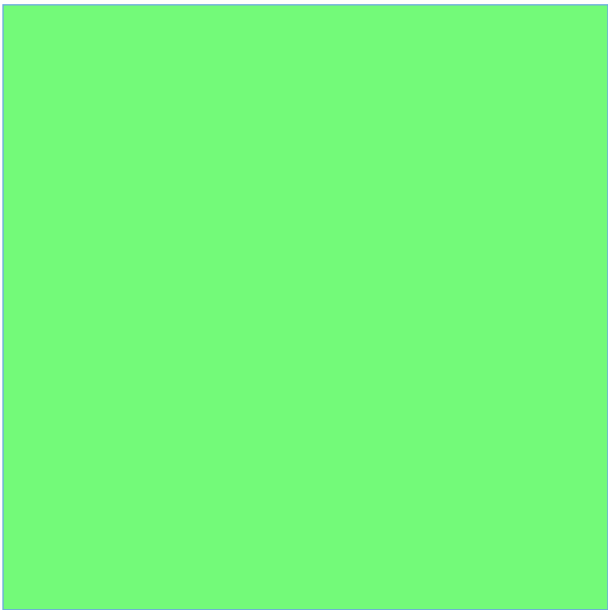
Étape 4 : l'enseignant fait réfléchir les élèves aux relations numériques et développe le lien, explicitement ou non, selon les cycles, avec le concept de proportionnalité : il amène les élèves à comprendre qu'agrandir, ce n'est pas ajouter un nombre constant et mobilise les propriétés de la proportionnalité ;

Étape 5 : synthèse générale, qui peut donner lieu à une trace écrite.

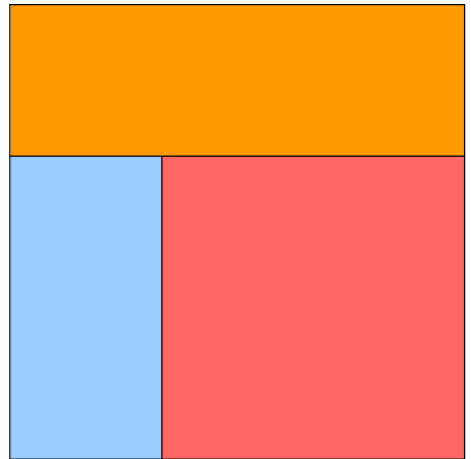
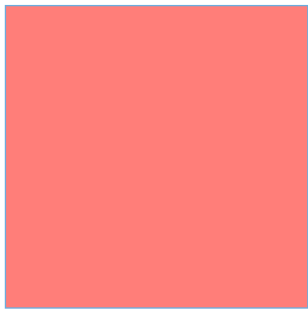
Remarques :

- L'enseignant peut faire varier la référence de mesure pour l'agrandissement, selon les groupes. Cela peut permettre de dégager des observations plus générales ;
- Le coefficient de proportionnalité est une variable didactique : de 4 à 8, de 4 à 12, de 4 à 6, de 4 à 5, de 4 à 2, de 4 à 7, de 4 à 3...
- L'enseignant peut distribuer le puzzle découpé ou non ;
- Pour permettre aux élèves de comprendre eux-mêmes, l'enseignant peut revenir à une situation similaire, mais plus simple dans les rapports de proportionnalité, pour que certains groupes soient en réussite et qu'un débat productif naisse ;
- En cycle 1, l'entrée est celle de la manipulation de blocs logiques, avec ou sans tracé (voir annexe).

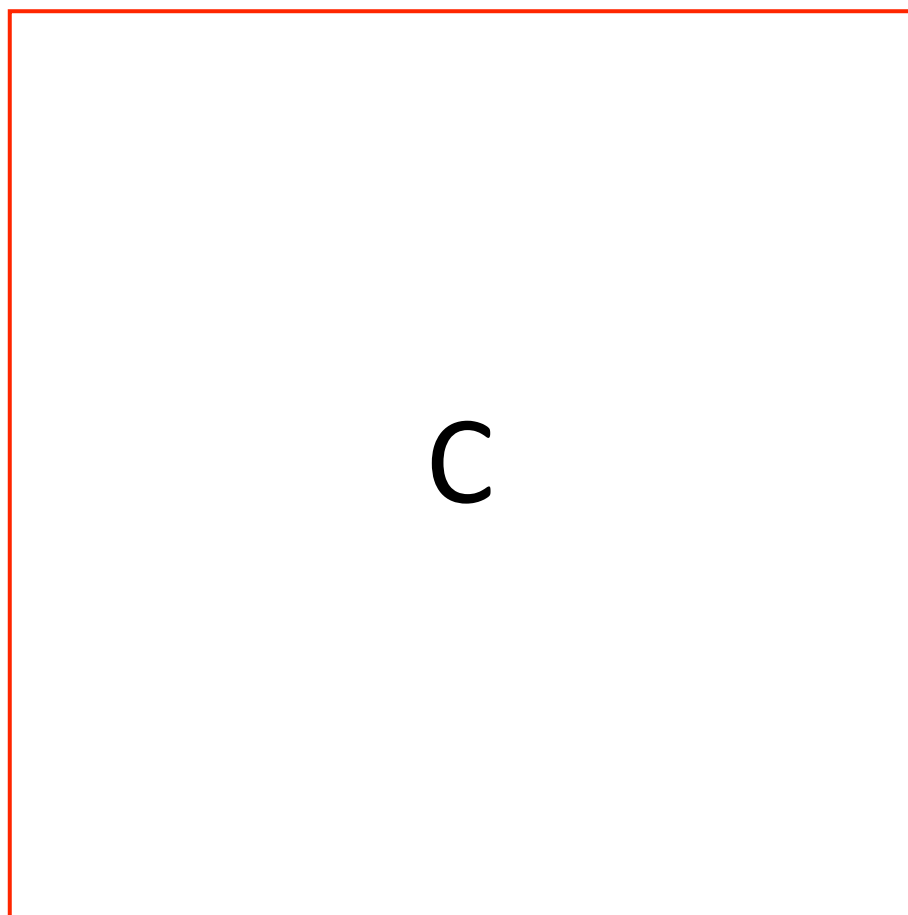




Le modèle à agrandir
(en vraie grandeur)



Le gabarit de l'agrandissement (en vraie grandeur)



C

Pour le cycle 1 et le début du cycle 2 :

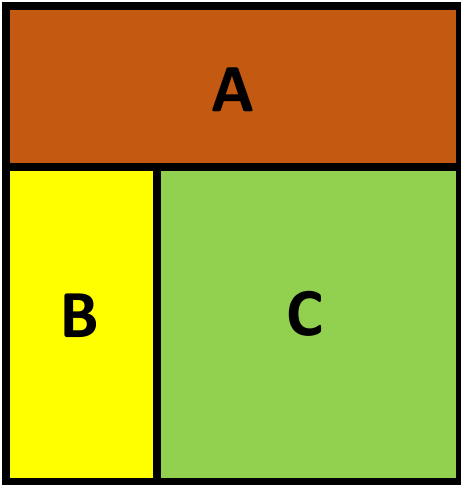
Les élèves procèdent par la manipulation des pièces fournies, à partir du modèle figurant en page 2 de cette annexe.

Ils disposent de l'ensemble des pièces, et doivent reconstituer un puzzle similaire mais agrandi, qui s'inscrit dans le carré-gabarit C ci-dessus.

Les élèves sont laissés libres de leurs procédures. L'enseignant les invitera ensuite à réfléchir à plusieurs problématiques : celle du nombre de pièces utilisées, celle de leurs formes, éventuellement les rapports entre les mesures des pièces, selon le niveau.

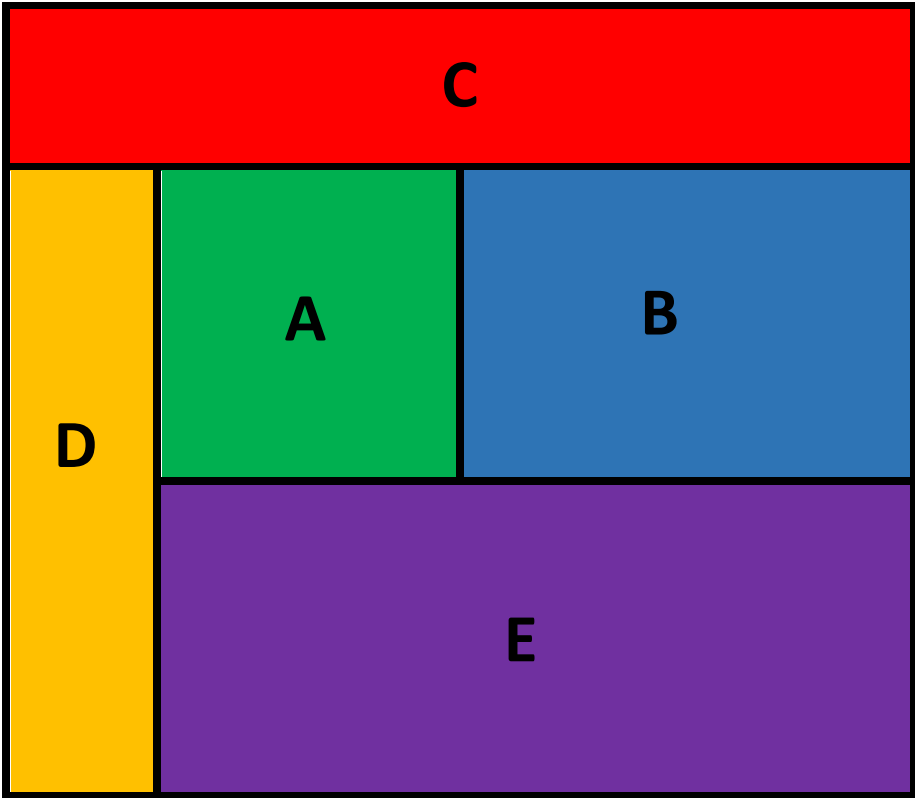
Cette version peut constituer une remédiation pour des élèves plus âgés mais en difficulté devant une version avancée.

ANNEXE PUZZLE DE
BROUSSEAU C2 ET C3



LES MESURES DE LONGUEUR DES COTES DES PIÈCES :

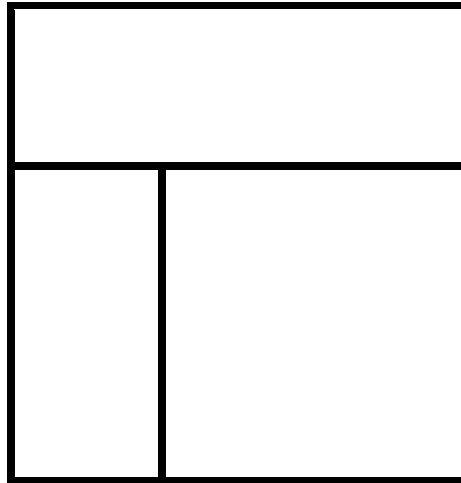
A	6 cm	2 cm
B	4 cm	2 cm
C	4 cm	4 cm



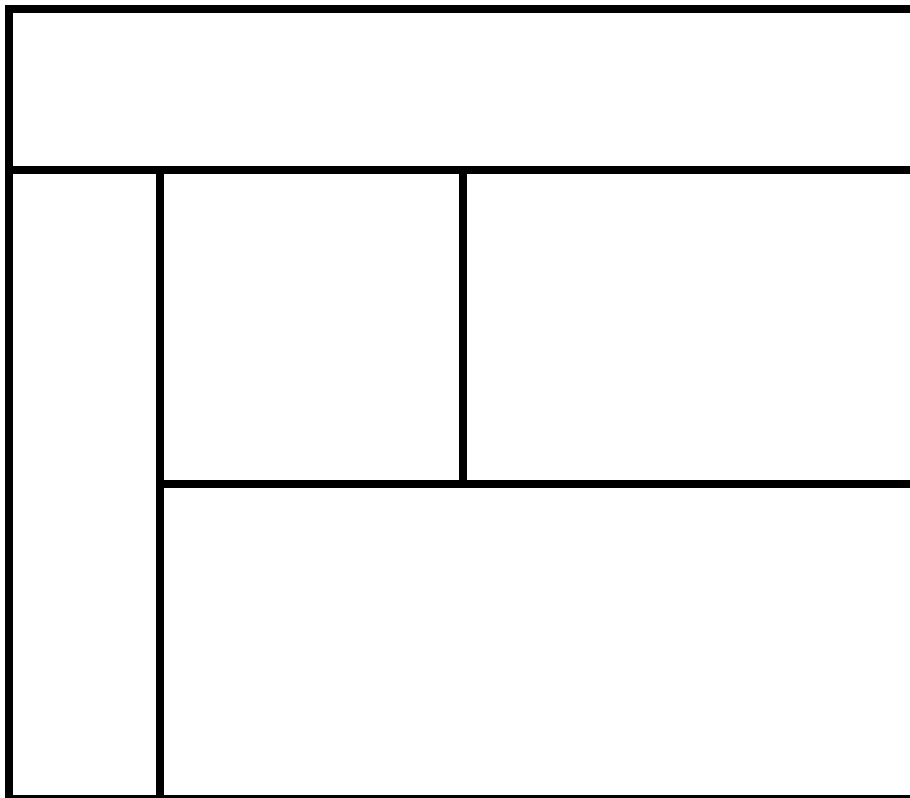
LES MESURES DE LONGUEUR DES COTES DES PIÈCES :

A	4 cm	4 cm
B	6 cm	4 cm
C	12 cm	2 cm
D	8 cm	2 cm
E	10 cm	4 cm

Puzzle cycle 2



Puzzle cycle 3



Fiche d'utilisation	Le domaine	Le niveau de l'activité	Matériel nécessaire
Engrenages	Géométrie	Cycles 2 et 3	Des engrenages

Que sont les engrenages ?

Les engrenages permettent de travailler facilement la proportionnalité, mais pas seulement. Les manipuler permet aux élèves d'expérimenter pour valider ou invalider leurs propositions eux-mêmes. Les engrenages sont un outil interdisciplinaire, que l'on peut réinvestir en technologie, dans diverses entrées de la découverte du monde.

Les objectifs didactiques

- Aborder la proportionnalité par la manipulation ;
- Travailler les nombres, du point de vue arithmétique, ou les fractions en cycle 3 ;
- Mettre en œuvre le triptyque manipuler-verbaliser-abstraire.

La mise en œuvre

Étape 1 : l'enseignant propose aux élèves des roues, pour les faire observer, manipuler et comprendre le principe général des engrenages ;

Étape 2 : l'enseignant choisit deux engrenages, de sorte que le nombre de dents de l'un soit multiple du nombre de dents de l'autre. La question posée aux enfants est : « Combien faut-il de tours du petit engrenage pour que le grand engrenage ait effectué un tour complet ? ». Au départ, les enfants manipulent. Ensuite, l'enseignant leur posera des questions en prolongement, de sorte qu'ils abandonnent progressivement la manipulation : combien la petite roue aura-t-elle fait de tours si la grande roue en fait x ? En cycle 3, on peut poser la question dans l'autre sens pour parler fractions, et même avant s'il s'agit de tiers, de moitiés, de quarts ;

Étape 3 : à ce niveau, il s'agit d'institutionnaliser : la trace écrite pourra mettre en évidence la régularité du phénomène et se rapporter au principe de l'addition itérée ou des tables de multiplication, selon le niveau de classe. Le mot proportionnalité n'apparaît que dans les programmes de cycle 3, mais dès le cycle 2 il est possible de la faire découvrir aux enfants, sans qu'une quelconque modélisation n'y soit associée ; cette modélisation n'est de toute façon que du ressort de la fin du cycle 4, avec l'étude des fonctions linéaires ;

Étape 4 : l'enseignant pourra proposer aux élèves qui le peuvent, ou en travail de groupe, des engrenages dont le nombre de dents ne sont pas reliés simplement, comme une roue à 6 dents et une autre à 10 dents, ou des nombres plus complexes encore, si un étayage est prévu en conséquence.

Remarques :

- Une autre question intéressante à travailler avec les élèves est : « comment faire pour faire tourner des roues dans des sens de rotation différents ? ». L'étape de recherche est passionnante à observer, et l'étape de verbalisation des élèves, pour construire une synthèse collective, est très productive et travaille des champs variés des mathématiques, et pas seulement ;
- Le choix du matériel est décisif selon le cycle travaillé. En particulier, il est préférable de choisir des engrenages qui proposent des roues à peu de dents. Ainsi les nombres engagés, les tables de multiplication de référence, seront accessibles aux plus jeunes et aux élèves en difficulté ou en cours d'apprentissage ;
- Attention au sens de rotation des engrenages ;
- Des engrenages assez grands sont préférables pour faire manipuler les enfants, sans en perdre.

Annexe

Quelques types de matériels possibles :



