

La mallette à maths, des outils pour les RMC

2019 - 2020

VERBALISER EN MATHÉMATIQUES



RÉGION ACADÉMIQUE



Verbaliser en mathématiques

La verbalisation doit être appréhendée à l'oral et à l'écrit. L'écrit se décompose lui-même en plusieurs entrées : les écrits intermédiaires, les notations et codages, les écrits finaux, etc.

Ainsi la verbalisation peut conduire à trois objectifs :

1. La verbalisation comme objet d'étude ;
2. La verbalisation favorisant l'accès à l'abstraction ;
3. La verbalisation comme objet de régulation des situations d'apprentissage.

Le langage mathématique joue un rôle majeur à la fois dans la communication des idées et dans la créativité. (...) L'art de la pédagogie relève donc d'un savant dosage entre explications textuelles et formules mathématiques.

<http://images.math.cnrs.fr/A-propos-du-langage-et-des-notations-mathematiques.html>

Après avoir proposé des regards synthétiques sur ces trois objectifs, la suite du document propose des mises en activités concrètes pour le formateur et pour l'enseignant.

1. La verbalisation comme objet d'étude.

La verbalisation peut porter sur des objets mathématiques (fractions, quadrilatères), les propriétés mathématiques (un losange est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur) et les relations entre les objets mathématiques (deux droites sont perpendiculaires, $(d)\perp(d')$).

La langue employée par les élèves se verra concrétisée dans différents registres, autrement que dans la langue naturelle : dans le registre symbolique (les chiffres, les lettres, les signes opératoires), dans des registres graphiques (celui du dessin en géométrie, les tableaux) par exemple.

- L'enseignant devra veiller à **l'articulation entre les différents registres** de représentation et comprendre quels sont les avantages et les inconvénients des uns et des autres.

Exemples

- *Pour tracer une courbe représentative d'une fonction, un tableau de valeurs est bien pratique. Mais il propose une vision discrète donc non continue, et ne permet pas de connaître l'évolution les variations des valeurs prises par la fonction entre deux valeurs du tableau. Cela ne le rend pas inutile, mais amène à réfléchir à son sens.*
- *Pour évoquer le nombre correspondant à la quantité de trois dizaines et quatre dixièmes, on peut dire « trente virgule quatre », « trente virgule quarante » (notamment dans un contexte monétaire), « trente unités et quatre dixièmes ». On peut écrire « 30,4 » ou utiliser des fractions décimales $30+4/10$... Il faudra là encore se pencher sur les limites, les obstacles que poseront certains registres dans certaines situations. Le cas de la virgule est particulièrement saillant, car elle peut être interprétée comme un séparateur de deux nombres entiers, mais permet des automatisations apparentes qui rassurent l'enseignant.*
- L'enseignant devra veiller également à **l'articulation entre différentes formalisations** d'un même concept. Même si le concept est stable, les représentations mentales peuvent considérablement varier chez les élèves.

Exemples

- « 8 est un nombre pair » ; « 8 est un multiple de 2 » ; « 8 est divisible par 2 » ; « Dans la division euclidienne de 8 par 2, le reste est nul ».
- « Les deux droites sont perpendiculaires » ; « les deux droites forment un angle droit » ; « l'angle formé par les deux droites mesure 90° ».
- L'enseignant devra travailler sur **le sens des mots**. Les exemples sont nombreux :

Exemples

- *Tracer un carré (un exemple de carré) ; un carré est un rectangle (tous les carrés...)*
- *Le sens donné au symbole « = » peut signifier :*
 - ✗ *Le plus souvent, l'annonce d'un résultat, comme par exemple dans $8 + 13 = 21$. Le signe « = » est alors lu comme signifiant « ça donne », « ça fait », et il apparaît comme étant orienté « gauche-droite ». Des écritures comme $2,3 + 3,8 = 6,1 - 1,5 = 4,6$, produites à l'occasion de la résolution d'un problème, témoignent de cette conception parfois exclusive. Cette signification correspond à celle de la touche [=] des calculatrices ordinaires.*

- ✖ *La décomposition d'un nombre. C'est le cas lorsque l'élève décompose un nombre sous forme de produit ($36 = 4 \times 9$) ou, plus fréquemment lorsqu'il décompose un nombre, entier ou décimal, suivant les puissances de la base dans notre système de numération décimale. Ainsi l'égalité $2304 = 2 \times 1000 + 3 \times 100 + 4$ traduit que 2304 c'est deux milliers, 3 centaines et 4 unités.*
- *Le fait que deux écritures représentent un même nombre, comme $1/4=0,25$. Lorsque les élèves ont à placer le nombre sept quarts sur une demi-droite graduée en quarts, ils peuvent voir sept quarts comme étant quatre quarts plus trois quarts, c'est-à-dire une unité et trois quarts, ou encore comme étant huit quarts moins un quart, c'est-à-dire deux unités moins un quart. Le signe d'égalité exprime alors une relation symétrique.*
- *L'homophonie et la polysémie du mot milieu. Je renvoie vers l'excellent livre de Jean Claude Denisot « Le vocabulaire au quotidien » dans la rubrique Polysémie, synonymie et antonymie, homonymie comme nous le verrons plus en détail plus loin. Un autre exemple est donné par le mot base qui peut désigner aussi bien la base d'un triangle, la base d'une pyramide (et dans la formule « base \times hauteur », cela change tout !), la base de numération (base 10 pour notre numération, base 60 dans la numération babylonienne).*
- *Certains mots seront définis bien plus tard. C'est pour l'instant en acte qu'ils seront compris. C'est le cas pour le mot angle, mais aussi en cycle 1 pour le mot carré, et plus tard les mots point, droite...*
- *Les mots qui renvoient aux méthodes : démontrer, prouver, justifier par exemple. L'étymologie pourrait aider à les distinguer.*

2. La verbalisation favorisant l'accès à l'abstraction.

Les mathématiques sont-elles un langage ? Ne sont-elles que cela ? Vieille question de l'épistémologie, appendue à la question majeure : que sont les objets du discours mathématique, et quel est leur mode d'existence ? (...) *Yves Chevallard*

La construction d'un concept est à lier au triptyque de Ferdinand de Saussure : signifiant ; signifié et référent.

- Le signifiant est un mot, un geste, un dessin, une image qui sert à évoquer ce dont on parle. Par exemple, si j'écris le mot triangle, cet ensemble de huit lettres me permet d'évoquer la figure géométrique dont je vais parler.
- Le signifié correspond à la représentation mentale, à l'idée que je me fais d'une chose. Si j'écris triangle au tableau, l'élève se fera une représentation mentale d'un triangle.
- Le référent est la chose elle-même.

Il est à noter que ceci est à mettre en lien avec les notions de géométrie dessinée et géométrie abstraite développée par C. Houdement¹ qui tirent leurs origines des idées platoniciennes.

Aussi, cette construction et les pratiques langagières sont indissociables.

Il serait illusoire de croire que l'utilisation d'un mot nouveau est synonyme de compréhension et réciproquement que la manipulation d'un concept « en acte » suffit pour savoir en parler. Les deux se construisent en interaction, par des mécanismes complexes. Les mathématiques ne se comprennent pas sans média : elles se parlent, elles se dessinent, elles s'écrivent. C'est ainsi qu'elles se pensent et qu'elles vivent. L'importance des changements de registre est donc encore une fois à souligner pour permettre la construction des concepts.

Verbaliser est aussi un moyen de réévaluer ses propres représentations : le tâtonnement, l'erreur sont des éléments fondamentaux de la recherche et de la compréhension en mathématiques. Réussir à déconstruire une représentation et s'engager dans une reconstruction est un pas supplémentaire, et de taille, vers l'abstraction.

Les écrits intermédiaires sont aussi un biais pour amener à l'abstraction. Ces écrits sont plus ou moins durables : réalisés sur un cahier d'essais, sur une feuille de brouillon jetée aussitôt, sur une ardoise, ils n'ont pas vocation à être évalués autrement que de façon formative ou formatrice. Ils peuvent ne pas être évalués du tout, donc pas visés par l'enseignant, en particulier si ce regard induit une inhibition chez l'enfant.

Lorsque l'élève produit des écrits intermédiaires, sa pensée s'élabore. Elle est en mouvement et ses rétroactions la modifient à loisir. Les traces lui permettent d'exercer sa réflexivité et d'avancer vers l'abstraction en éliminant progressivement les éléments parasites : la pensée de l'enfant se parle à elle-même. La déconstruction des croyances est favorisée et engage vers les concepts.

Parce que les écrits intermédiaires permettent de s'expliquer à soi-même, ils doivent être de forme tout à fait libre, sans norme.

¹ <http://www.irem.sciences.univ-nantes.fr/archives/geometriePlane/geometriesDessineeAbstraite.pdf>

3. La verbalisation comme objet de régulation des situations d'apprentissage.

La verbalisation est tout autant un moyen d'apprentissage qu'un levier d'enseignement et donc de différenciation. En effet, le langage permet à l'enseignant de relever des indices permettant de réguler sa réflexion didactique et son action pédagogique. Le langage participe du relevé des conceptions initiales des élèves.

Cependant, un écueil souvent observé est l'exigence d'un lexique spécifique de façon trop précoce. L'enseignant a tout intérêt à introduire un vocabulaire précis, rigoureux et univoque (mais non unique), des expressions correctes et complètes dès que possible. Mais il doit reformuler et faire reformuler systématiquement, illustrer, montrer ces mots nouveaux dans leur sens mathématique. Il peut en évaluer l'usage par les élèves, mais au travers d'une évaluation formative, qui lui permet de comprendre où en est l'enfant de sa démarche mentale, de son rapport aux concepts. Il y a parfois confusion entre l'objectif à atteindre et le cheminement (naturellement long et irrégulier) pour l'atteindre. L'apprentissage et l'usage du lexique sont progressifs et des expressions intermédiaires sont tout à fait normales. Une trace écrite est évolutive, et son évolution doit être explicite.

Ceci sera d'autant plus avéré avec des publics de l'éducation prioritaire afin de ne pas creuser les inégalités scolaires.

L'enseignant doit en permanence exercer un contrôle sur ses propres pratiques langagières : les formulations habituelles dans sa discipline sont naturelles pour lui, transparentes. Il faut réussir à les réinterroger et prendre conscience de la difficulté qu'elles peuvent représenter pour les élèves. Cela nécessite une charge cognitive et mentale importante qu'il convient de ne pas négliger, et d'anticiper.

Les écrits intermédiaires sont des ébauches, indices précieux de l'activité de l'élève : ils sont généralement gommés de la version au « propre ». Ils rendent visibles le travail d'élaboration, le cheminement de la pensée, les erreurs et les impasses. Ils constituent en cela un matériau très riche pour l'enseignant pour réguler les situations d'apprentissage et pour comprendre des démarches mentales inédites pour l'adulte. C'est un véritable travail d'enquête que peut mener l'enseignant, en partant du postulat que rien dans la verbalisation ne résulte du hasard, que tout s'explique à la lumière de la pensée propre de son auteur. Les écrits intermédiaires permettent aussi d'expliquer aux autres.

Verbaliser en mathématiques :

Exemples de séances

Éclairages didactiques

Pour illustrer ce premier objectif, focalisons-nous sur l'articulation entre différentes formalisations d'un même concept : la perpendicularité.

Le concept de perpendicularité s'enracine dans les expériences des enfants dans l'espace sensible, le macro-espace, et dans les connaissances spatiales qui en découlent.

Certaines feront obstacle et d'autres seront des points d'appui fréquents, utiles dans la résolution de problèmes.

Des situations de référence sont fondamentales pour identifier la perpendicularité. Celles-ci pourront être tirées de différentes représentations : un angle droit, un angle plat et sa bissectrice, « le chemin le plus court » entre un point et une droite, un segment et sa médiatrice, une corde et son diamètre médiateur, un triangle isocèle et son axe de symétrie, deux parallèles et une perpendiculaire, un rectangle, un « coin de carré », 90° , un triangle rectangle, les diagonales d'un losange, un quart de tour ...

La construction d'un invariant perceptif de positions spatiales de deux « traits » qui permettra à l'élève de reconnaître l'angle droit ou la perpendicularité, quelle que soit la direction de leurs constituants, est un objectif d'apprentissage fondamental au cycle 3.

La perpendicularité relève d'abord des deux directions privilégiées de l'être humain que sont la verticale et l'horizontale. Toutes les situations mathématiques devront tenir compte de cet aspect tout en permettant aux élèves de le dépasser afin d'éviter la construction d'images mentales prototypiques. Ainsi dans le cadre du méso-espace, l'espace de la feuille pourrait s'ériger en obstacle, car les élèves placeront celle-ci de façon à avoir les côtés de l'angle en véritable position horizontale/verticale.

Le concept de perpendicularité se construira en lien avec d'autres concepts de géométrie. Tout d'abord avec celui de l'angle, ici l'angle droit (même si les autres angles seront travaillés), mais aussi avec la perpendicularité et la symétrie axiale, la perpendicularité et la distance, la perpendicularité dans des figures géométriques particulières comme le rectangle.

On retrouve ici la théorie des champs conceptuels comme espace de problèmes ou de situations-problèmes dont le traitement implique des concepts et des procédures de plusieurs types en étroite connexion, ainsi que les représentations langagières et symboliques susceptibles d'être utilisées pour les représenter.

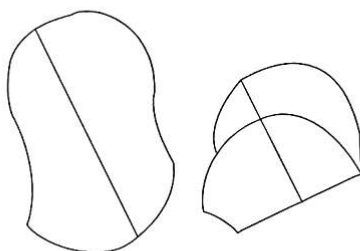
1. La verbalisation comme objet d'étude.

1.2 Séance trait sur trait²

Description rapide :

Dans cette situation, le problème théorique posé est de construire la perpendiculaire à une droite en un point de cette droite.

L'élève va devoir rechercher l'axe permettant d'anticiper le pliage d'une droite sur elle-même, pliage qui est désigné par « pliage trait sur trait » : il s'agit de plier la feuille de telle façon que les deux parties obtenues du trait en question se « superposent » comme dans les dessins ci-dessous.



Après un temps de familiarisation avec ce pliage, les élèves vont progressivement conceptualiser ; il s'agit de faire apparaître la perpendicularité comme outil de résolution de problème.

L'angle droit apparaît ici dans un contexte de perpendicularité de droites. Là encore, il ne s'agit pas d'introduire la terminologie correspondante et aucune institutionnalisation de la perpendicularité n'est prévue. Des connaissances relatives à l'angle droit (reconnaissance, tracé, instruments...) qui ont commencé à s'élaborer au cours des situations précédentes devraient réapparaître et permettre à l'élève de dépasser le cadre perceptif pour avancer vers la construction d'un invariant de position spatiale de deux traits.

Objectif :

Amener progressivement les élèves à dépasser la dimension perceptive et instrumentée des propriétés des figures planes pour tendre vers le raisonnement hypothético-déductif.

Compétences :

Chercher : S'engager dans une démarche

Modéliser : Passer d'un langage courant à un langage mathématique

Représenter : Imaginer, concevoir et réaliser des productions de natures diverses

Raisonner : Rechercher la validité des affirmations

Communiquer : Expliquer à l'écrit ou à l'oral une démarche, un raisonnement.

² Séance issue d'ERMEL apprentissage géométrique et résolution de problème au cycle 3

Déroulement :

- Étape 1 : Plier trait sur trait

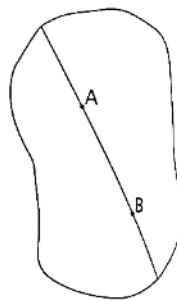
L'enseignant donne à chaque élève sa feuille de plis et lui demande, en lui montrant comment procéder, de plier selon le trait « Je plie la feuille de façon à amener le trait sur le trait ; faites deux plis de cette manière ». Pour guider le pliage, on utilise le fait que le trait initial se devine à travers la feuille (intérieur ou extérieur).

Quand chaque élève a effectué ses deux plis, il échange sa feuille de plis avec son voisin, qui vérifie si on obtient bien deux pliages trait sur trait. Si un pliage n'est pas conforme, il barre le pli. On propose des feuilles non rectangulaires pour ne pas donner pour repères aux élèves les bords droits de la feuille.

- Étape 2 : Reprise

L'enseignant demande ensuite de faire le même type de pli, mais passant cette fois par les points A et B, puis de tracer les plis en couleur.

Chaque élève échange ensuite sa production avec son voisin qui la valide. Cette fois deux conditions sont à vérifier : il s'agit d'un pliage trait sur trait et le pli passe bien par les points marqués.

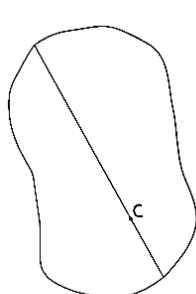


- Étape 3 : Anticipation du trait de pliage passant par un point.

Dans cette phase, les élèves doivent anticiper la position du pli permettant un pliage trait sur trait et tracer le trait qui guidera le pliage avant de réaliser effectivement ce pliage. « Vous savez plier votre feuille, trait sur trait en passant par le point C. Mais cette fois, avant de plier, vous devez prévoir par un trait au feutre l'emplacement du pli. Vous vérifierez ensuite si votre prévision est bonne en pliant la feuille. » Les élèves ont à leur disposition tout le matériel nécessaire à leurs expérimentations. Plusieurs procédures sont possibles :

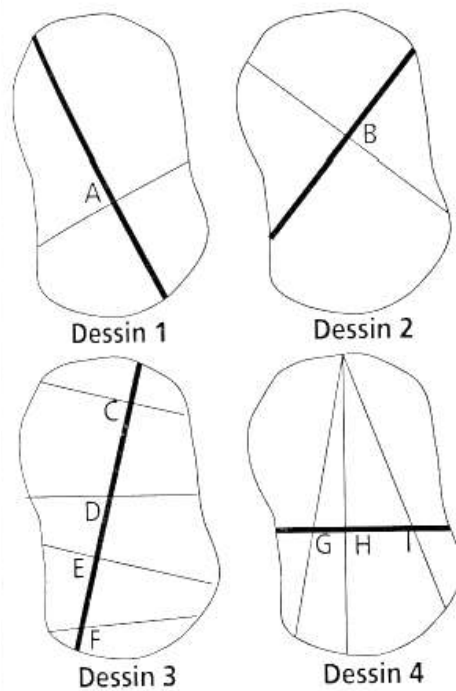
- Procédure 1 : trait tracé au jugé, très éloigné de la position perpendiculaire au trait initial.
- Procédure 2 : trait « à peu près » perpendiculaire basé sur une perception de la perpendicularité issue des tracés antérieurs.
- Procédure 3 : trait obtenu en utilisant un coin de feuille rectangulaire.
- Procédure 4 : trait tracé à l'aide d'un instrument du type équerre, réquerre, double décimètre utilisé comme une réquerre.

Par groupe de 4, les élèves vérifient si les traits tracés correspondent bien aux pliages.



- Étape 4 : Juger sans plier

On proposera aux élèves des productions du type « J'ai photocopié quatre feuilles de plis effectués dans une autre classe. Pour chaque trait fin, vous devez dire s'il coïncide avec le pli du pliage trait sur trait correspondant. » La mise en commun permettra de valider l'usage des différents outils utilisés.



- Étape 5 : Construire un angle droit avec tous les outils.

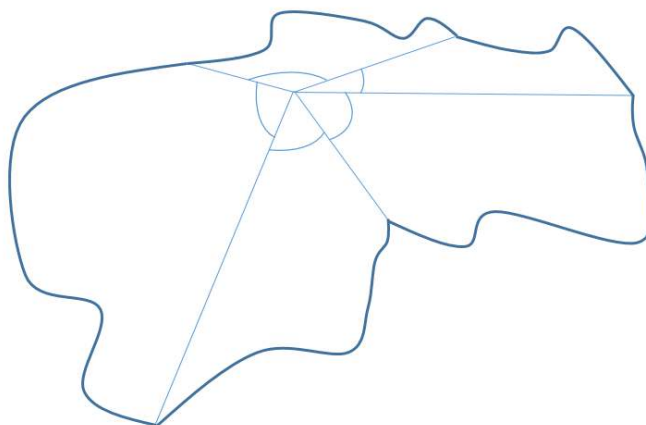
1.2 Séance quatre droits pour un tour³

Description rapide :

Cette situation permet d'aborder une nouvelle signification de l'angle droit : le quart de l'angle plein ou l'angle du quart de tour.

La classe dispose d'angles de 30° , 45° et 60° .

Il s'agira pour les élèves de trouver toutes les combinaisons possibles d'angles pour former un tour, sans superposition ni écartement des pièces ; ces pièces auront un sommet commun et un côté commun ; les angles seront donc adjacents.



Objectifs :

Envisager un angle droit comme angle du quart de tour (ou quart de l'angle plein).

Reporter un angle.

Construire un angle droit.

Percevoir que dans différentes représentations d'un même angle, seule l'ouverture est invariante et non la longueur des traits ou la surface correspondante.

Fixer des éléments de vocabulaire : angle, report, « tour »

Compétences :

Chercher : S'engager dans une démarche

Modéliser : Passer d'un langage courant à un langage mathématique

Représenter : Imaginer, concevoir et réaliser des productions de natures diverses

Raisonner : Rechercher la validité des affirmations

Communiquer : Expliquer à l'écrit ou à l'oral une démarche, un raisonnement.

³ D'après une séance tirée du site Pierre carrée et d'ERMEL apprentissage géométrique et résolution de problème au cycle 3

Déroulement :

- Étape 1 : Qu'est-ce qu'un angle ?

Il est difficile de définir ce qu'est un angle avec des élèves de l'école élémentaire. Nous allons tenter de le définir en acte en utilisant l'ouverture de la porte afin d'amener les élèves avec le jeu du Jacques a dit à comprendre ce qu'est un angle.

Je me place à l'extérieur de la salle et j'ouvre plus ou moins la porte et je dis : « Jacques a dit d'être dans l'angle de la porte ». Certains élèves risquent de ne pas comprendre. C'est l'occasion de leur expliquer ce qu'est un angle.

Une définition possible pour l'enseignant : portion de plan délimitée par deux demi-droites de même origine.

Pour les élèves ; définition provisoire et fonctionnelle : c'est toute la place qu'il y a entre le mur et la porte en remarquant que je me trouve à la « rencontre » des deux (à l'intersection, à l'origine, au sommet). Cette « place » est infinie et s'étend en dehors de la classe, de l'école.

Pour illustrer mon propos je propose aux élèves de continuer à jouer à Jacques a dit en commentant les réactions des élèves et en proposant des positions qui ne conviendraient pas. Il ne faut pas hésiter à confronter les points de vue des élèves en les faisant verbaliser et en reformulant.

- Étape 2 : Travail en interaction avec les élèves.

On présente les pièces aux élèves et on les dispose au tableau. On peut leur poser des questions du type :

- Où se trouve l'angle sur chacune des pièces ? (Il s'agit d'être vigilant ; les élèves risquent de désigner l'origine ou les deux demi-droites. Il faut impérativement les reprendre.)
- Pouvez-vous ranger ces angles dans l'ordre croissant de leurs mesures ?
- Comment pourrait-on les comparer ? (Par superposition)

« Voici le défi que je vous propose. Je vais commencer à placer certaines pièces les unes à côté des autres pour faire un tour complet. Vous devrez venir au tableau pour terminer mon travail. »

Les élèves feront une première proposition et des ajustements.

Relancer la classe en demandant s'il y avait d'autres solutions possibles ; les élèves font d'autres propositions.

- Étape 3 : Nouvelle recherche plus spécifique.

Voici un nouveau défi : en utilisant une seule pièce, comment faire un tour complet ? (Réponse par report)

- Faire un premier tracé et proposer aux élèves de faire les autres.
- Compter le nombre de reports en changeant de pièces.
- Recommencer avec une pièce avec laquelle nous ne pouvons pas obtenir de tour complet (de manière à ne pas générer de conceptions fausses auprès des élèves)

- Étape 4 : Dernier défi (le plus important)

« Vous allez maintenant fabriquer votre propre pièce. Elle devra répondre à une règle : votre pièce devra permettre de faire un tour complet en faisant exactement 4 reports. Je vais vous donner du papier et vous pourrez faire plusieurs essais.

Nous prendrons la pièce d'un élève qui a réussi. Nous vérifions que la pièce répond à la règle en collectif. »

L'enseignant pourra amener les élèves à faire quelques remarques : à quel matériel géométrique ressemble cette pièce ? (→ Équerre) Où se trouve l'angle ? Comment le nomme-t-on ? (→ Angle droit).

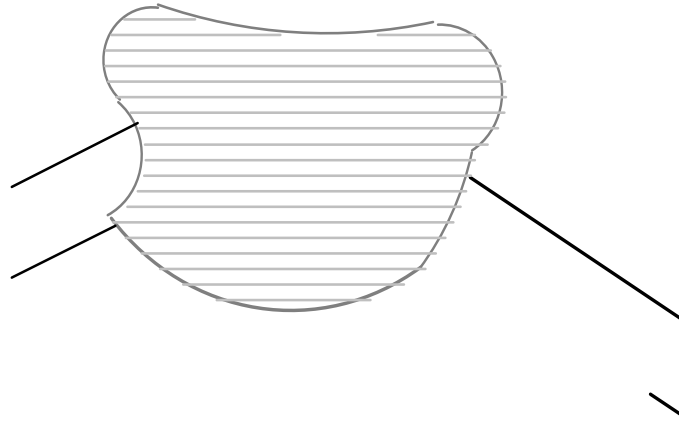
Enfin, l'enseignant proposera une comparaison des angles de début de séance avec l'angle droit pour poser le vocabulaire et institutionnaliser.

1.4 Sur la trace des roues

Description rapide :

Cette situation mobilise une représentation du parallélisme : « l'écart constant entre deux droites ».

Nous nous imaginons sur le rallye Paris Dakar, dans la steppe africaine ... Un camion a roulé sur le sable, les traces de ses roues sont bien visibles ; il a traversé un marigot, mais le vent a effacé une partie des traces qu'il a laissées en sortant. Il s'agit de tracer leur emplacement.



Objectifs :

Identifier perceptivement deux droites parallèles et associer cette relation de parallélisme à un écart constant.

Faire apparaître l'écart constant entre deux droites, associé à la perpendicularité, comme un outil pour reconnaître deux droites parallèles.

Faire apparaître l'écart constant entre deux droites, associé à la perpendicularité, comme un outil pour tracer une droite parallèle à une droite donnée.

Compétences :

Chercher : S'engager dans une démarche

Modéliser : Passer d'un langage courant à un langage mathématique

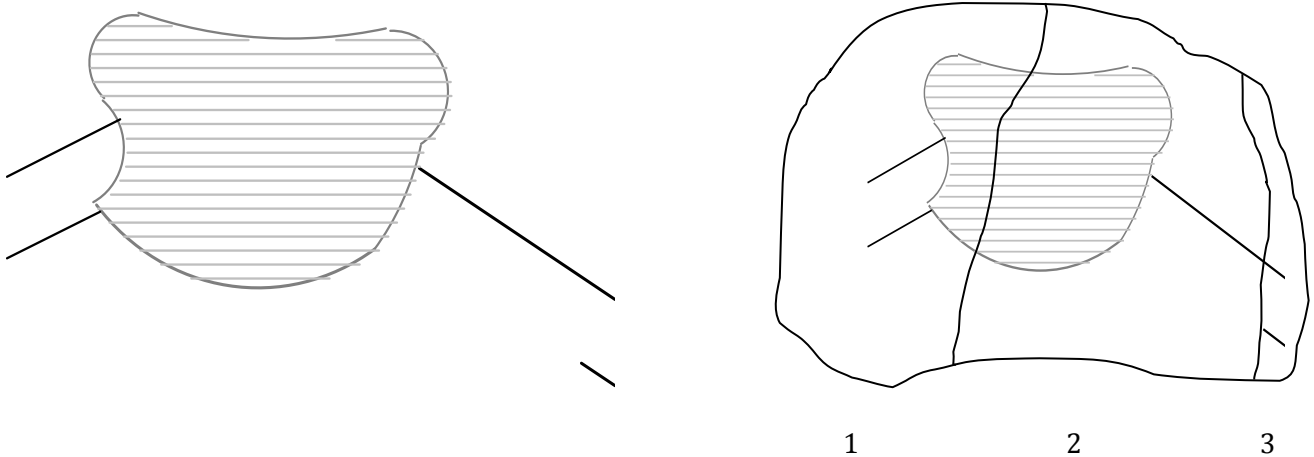
Représenter : Imaginer, concevoir et réaliser des productions de natures diverses

Raisonner : Rechercher la validité des affirmations

Communiquer : Expliquer à l'écrit ou à l'oral une démarche, un raisonnement.

Problème

Un trait droit, représentant le bord d'une bande, est dessiné sur une feuille. L'élève doit tracer le deuxième bord de la bande en allant chercher des informations sur une bande témoin de même largeur. La mesure de cet écart selon une direction donnée est implicitement induite par le contexte de la situation.



Pour obtenir les feuilles de travail, il suffit de découper des copies de la feuille de présentation.

La partie 1, mise à distance, est la source d'informations, la partie 2 est la feuille de travail de l'élève et la partie 3 sert à la validation pratique.

Un changement de direction entre le couple de droites parallèles données et le couple de droites parallèles à construire est prévu pour limiter le recours aux procédures relevant du glissement ou même de l'alignement, et pour favoriser les procédures relevant de l'écart constant.

L'inclinaison du couple de droites données par rapport au bord du marigot est différente de celle du couple de droites à construire de façon à mettre en évidence la nécessité de mesurer l'écart le long d'une direction fixe.

Variable didactique

L'écart entre les droites parallèles

L'écart est d'environ 3,5 cm dans un premier temps (attention à ce qu'il ne corresponde pas à la largeur d'une règle.), et il devient d'environ 5 cm ensuite, de façon à rendre plus difficile l'utilisation des procédures au jugé ou utilisant le glissement.

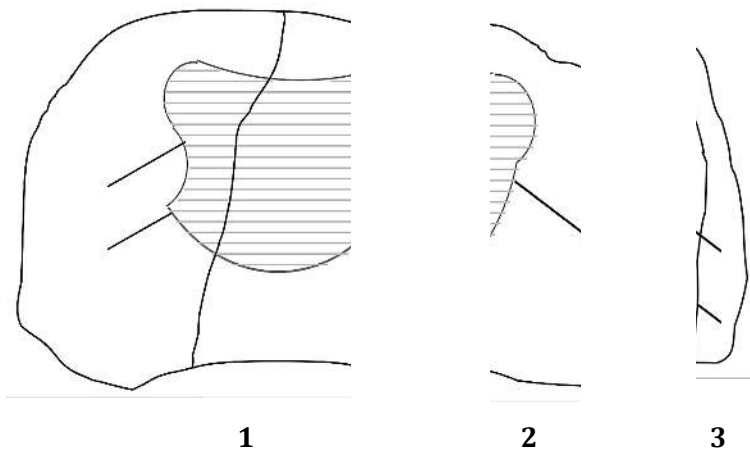
Procédures possibles

- Au jugé
- Par glissement, en conservant la direction, la largeur de la bande étant estimée au jugé.
- Par mesure de l'écart sur le bord du marigot et report sur l'autre bord selon une direction déterminée par glissement ou de façon perceptive.
- Par mesure de l'écart selon la direction perpendiculaire à celle d'un bord de chaque bande et report en deux points.
- Utilisation de la double perpendicularité pour le tracé avec mesure de l'écart en un seul point, selon une perpendiculaire à l'un des bords (tracée sur chacune des deux bandes).

Matériel

- Pour la classe
 - Un exemplaire de la fiche 1 agrandie au format A3 ou pour la projection
 - Un exemplaire de la fiche 2 agrandie au format A3 et coupée en trois parties selon les pointillés.
 - Quelques exemplaires de la fiche 2 agrandie à 141 % dont les trois parties sont découpées selon les tirets.
- Pour une équipe de deux élèves
 - Un exemplaire de la partie 2 de la fiche 2 (à découper selon les tirets pour enlever les parties hachurées) agrandie à 141%.
 - Un exemplaire de la partie 2 de la fiche 2, agrandie à 141% et découpée selon les tirets.

On veillera à enlever les règles graduées dont la largeur est inférieure à celle de la bande de façon à ne pas faciliter les tracés au jugé.



- Pour chaque élève
 - Un exemplaire des fiches 3 et 4.

Déroulement :

- Première phase : Résolution de problème
 - Étape 1 : présentation

Les élèves sont répartis par groupes de deux.

Le professeur montre la fiche 1 agrandie au format A3 (ou projetée) pendant qu'il présente le problème.

« Nous nous imaginons sur le rallye Paris Dakar ... La tâche représente un marigot et les deux bords de la bande représentent les traces laissées par les roues d'un camion dans le sable. Celui-ci a traversé le marigot, mais le vent a effacé une partie des traces que le camion a laissées en sortant.

Vous devrez tracer le trait représentant la trace effacée. »

Le professeur affiche au tableau la fiche 2 agrandie au format A3 préalablement découpée selon les tirets.

« Attention, les plans dont nous disposons sont partagés en trois parties. Je vais distribuer un exemplaire de la partie 2 à chaque groupe ; c'est sur cette feuille que vous devrez dessiner le trait

représentant la partie effacée. Si vous en avez besoin, vous pourrez consulter les exemplaires de la partie 1 que je vais répartir dans la classe, mais vous ne pouvez transporter ni ces feuilles ni les vôtres. Je garde les exemplaires de la partie 3 ; ils serviront plus tard.

- Étape 2 : Réalisation et mise en commun

Les élèves réalisent la tâche par binômes puis ceux-ci viennent successivement afficher leurs travaux au tableau en décrivant leurs procédures.

Ceux qui reconnaissent leur procédure dans celle que décrivent leurs camarades viennent afficher leur travail au-dessous. On réalise ainsi un tri des travaux selon les procédures utilisées.

Un temps de débat doit permettre une première évaluation des productions affichées (ou de certaines d'entre elles choisies par le maître) en termes du type « c'est bon » « c'est pas bon »

L'idée de validation par recollement de la partie 3 ou éventuellement par superposition de la partie 1 devrait émerger.

Cette phase de validation doit permettre de mettre en évidence les erreurs ou imprécisions de tracés dans les procédures 1,2, 3 et 4.

- Deuxième phase : Reprise

Pour la reprise, on utilise un agrandissement du plan précédent (parties 1 et 2 agrandies à 141%) avec les mêmes contraintes de mise en œuvre. En ce qui concerne la validation, la mise en commun doit porter essentiellement sur les procédures employées pour prendre en compte les contraintes du problème.

La validation pratique n'est plus nécessaire ; si elle se fait, il est préférable d'utiliser la superposition de la bande réponse sur la bande donnée de façon à éloigner le contexte. Si le maître choisit de conserver une validation par recollement avec la partie 3 ou si les élèves en ont besoin, il faut alors utiliser la partie 3 agrandie à 141%.

L'agrandissement doit permettre d'accentuer les erreurs, de les mettre plus facilement en évidence et par conséquent de rejeter les procédures de tracé au jugé ou par report erroné de l'écart si cela n'a pas été fait à l'étape précédente.

- Troisième phase : Institutionnalisation et exercices

- Étape 1 : Institutionnalisation

« Les traces des roues sont deux droites parallèles » ou « nous avons tracé une droite parallèle à celle qui était tracée ».

- Étape 2 : Entraînement

Proposer des exercices où il s'agira de reconnaître si deux droites sont ou ne sont pas parallèles, mais aussi de tracer une droite parallèle à une droite donnée.

Prolongement possible :

On pourrait, en prolongement, faire chercher aux élèves le trajet suivi par le véhicule dans le marigot. Le problème admet diverses solutions qu'il serait intéressant de faire expliciter et de comparer.

1.4 « 1,2,3 soleil »⁴

Description rapide :

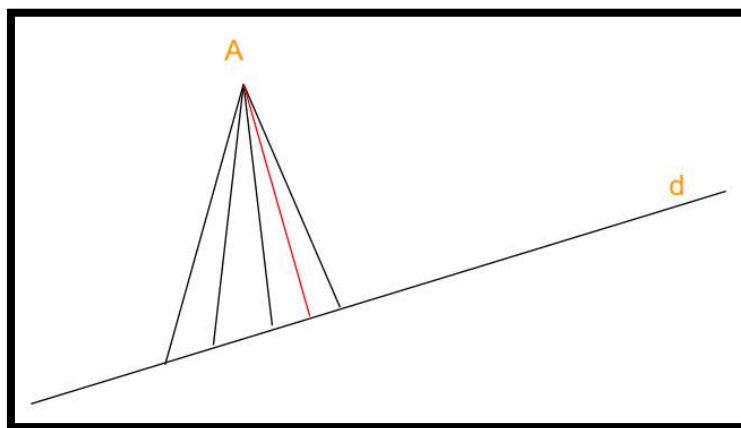
Dans l'espace ordinaire, la notion de droite perpendiculaire à une autre est généralement convoquée spontanément par les élèves dans la situation de jeu « 1, 2, 3, soleil ». On peut parler ici de « connaissance en acte ». Cette situation est particulièrement intéressante, car elle met en avant la propriété de plus courte distance d'un point à une droite. Vécue dans la cour de récréation, puis sur une maquette avec de petits personnages, cette situation est reprise en représentation sur la feuille de papier de manière à renforcer les images mentales de droites ou de segments perpendiculaires sans privilégier les positions horizontales et verticales ou parallèles aux bords des feuilles de papier.

La fabrication d'une équerre en papier par double pliage met en évidence le fait que deux droites perpendiculaires se coupent en faisant quatre angles droits.

Des exercices d'entraînement d'identification ou de construction de deux droites perpendiculaires entre elles ou de droites perpendiculaires à une droite donnée sont proposés ; perception visuelle globale, vérification instrumentée alternent pour affiner la construction de cette notion de perpendicularité chez les élèves.

Objectifs :

- Se construire des images mentales de droites perpendiculaires, quelles que soient leurs directions.
- Comprendre que deux droites perpendiculaires forment des angles droits.
- Recherche de la plus courte distance d'un point A à une droite d. La perpendiculaire issue de A à la droite est la solution experte.



Compétences :

Chercher : S'engager dans une démarche

Modéliser : Passer d'un langage courant à un langage mathématique

Représenter : Imaginer, concevoir et réaliser des productions de natures diverses

Raisonner : Rechercher la validité des affirmations

Communiquer : Expliquer à l'écrit ou à l'oral une démarche, un raisonnement.

⁴ D'après Euromaths CE2

Déroulement :

- Étape 1 : dans la cour

Proposer une partie de jeu « 1, 2, 3, soleil ».

La moitié des élèves jouent, les autres observent.

Faire à plusieurs reprises des arrêts de jeu. À chaque arrêt, les joueurs entourent l'emplacement de leurs pieds, ce qui va permettre de visualiser la trajectoire de chacun.

Puis faire un dernier arrêt de jeu, en demandant aux observateurs de mesurer la distance qu'il reste à parcourir pour chaque joueur (un observateur pour un joueur).

Reprendre une partie en échangeant les rôles.

Discuter sur les procédures utilisées pour mesurer les distances restantes et sur les positions des différentes trajectoires par rapport au mur.

Matériel :

Pour l'activité préparatoire, dans la cour : mètre de la classe, ficelle, mètre de menuisier ou de couturière.

- Étape 2 : avec une maquette

Reprendre cette activité en groupe avec une maquette (les différents groupes peuvent venir à cet atelier à tour de rôle) : sur une feuille de papier de format A3, positionner un mur (par exemple avec des briques de jeu de construction) et plusieurs personnages (autant que d'élèves).

Demander à chacun de tracer au crayon la trajectoire que devra emprunter son personnage, puis faire avancer les personnages sur leur chemin.

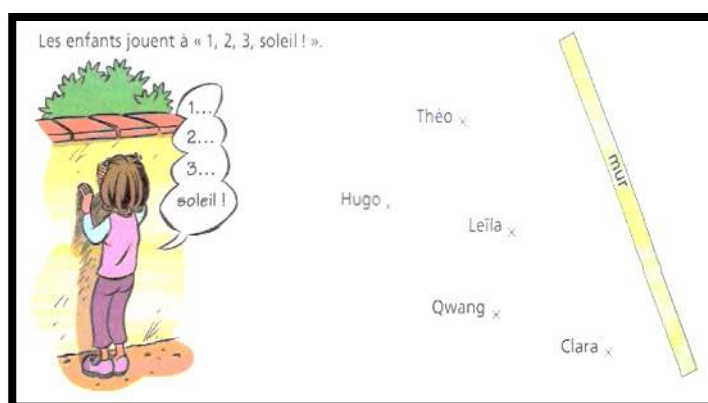
Engager une discussion.

Matériel :

Pour la maquette de l'activité préparatoire : une feuille A3, des cubes d'un jeu de construction et des petits personnages.

- Étape 3 :

Distribuer la situation ci-dessous.



Les élèves prennent connaissance du texte de l'illustration, du schéma et des consignes et font le lien avec l'activité préparatoire.

Sur le schéma, on voit de « haut » le mur représenté par un long rectangle jaune, on voit les emplacements des enfants ; mais on ne voit pas celui du meneur de jeu. Questionner les élèves sur le travail à faire.

Travail individuel : laisser les élèves travailler seuls sans leur donner d'indication sur la manière de répondre aux questions.

Mise en commun : reproduire sur le tableau de la classe le schéma du livre, en prenant soin de ne pas placer le mur verticalement ou horizontalement (afin de ne pas favoriser des conceptions erronées de la perpendicularité : une perpendiculaire c'est une verticale voire une horizontale).

Demander à quelques élèves de venir tracer à main levée les chemins de Hugo et de Théo. Discuter des propositions, faire déterminer approximativement leur longueur.

Conclure que pour aller le plus vite au mur, il faut parcourir le plus court chemin, c'est-à-dire celui qui est perpendiculaire au mur.

Faire vérifier avec l'équerre en papier les chemins qui conviennent.

L'enseignant pourra articuler ce travail sur les différentes formalisations d'un même concept avec celui sur le sens des mots, notamment la synonymie.

Éclairages didactiques

Parler de synonymie, c'est dans l'entendement général évoquer des mots de même sens et on propose assez rapidement des séries susceptibles d'illustrer des sens « identiques » (le fameux « même sens »).

Des mots de même sens devraient pour correspondre à cette caractéristique être totalement interchangeables, parfaitement superposables quelle que soit la situation dans laquelle on les emploie. Cette synonymie parfaite et totale est rare.

La majorité des cas correspond soit à une synonymie partielle soit à une synonymie conjoncturelle (c'est-à-dire dans certaines conditions d'emploi). En réalité, si l'on interroge l'étymologie, ce n'est pas de mots de mêmes sens que l'on devrait parler, mais bien de mots que l'on peut regrouper ensemble (syn. veut dire avec) et cette alliance sémantique ne se réalise généralement qu'à certaines conditions.

Cette difficulté réelle de trouver des synonymes « parfaits » est aisément compréhensible. Les listes de mots proposés sont habituellement construites avec des termes courants généralement polysémiques.

La synonymie ne s'applique alors qu'à une fraction du champ sémique du lexème considéré et seuls les mots sémantiquement « étroits » sont susceptibles de s'apparier de manière précise. Aussi, un travail scolaire sur la synonymie se doit d'intégrer la richesse lexicale et sémantique de la langue ; et le recours à des tableaux de distribution sémique que nous allons illustrer avec l'exemple du mot droit (en lien avec l'angle droit vu dans les séances précédentes).

1^{er} travail possible : Recherche de synonymes ou d'expression synonymiques.

Supports de travail	Synonyme ou expression synonymique
1. Pour aller au village, vous devez rouler tout droit	
2. Pouvez-vous remettre droit le cadre photo ?	
3. Avec mon équerre, je peux identifier un angle droit .	
4. Vous parlez beaucoup ! Allez droit au but !	
5. J'ai mal au bras droit .	
6. Pour aller voir ce spectacle vous devez vous acquitter d'un droit d'entrée.	
7. Mon frère est avocat. Il est spécialiste du droit .	
8. Vous avez des droits , mais aussi des devoirs.	

2^e travail possible : Construction d'un tableau sémique.

Supports de travail
1. Ce chemin est bien droit .
2. Pouvez-vous remettre droit le cadre photo ?
3. Avec mon équerre, je peux identifier un angle droit .
4. Vous parlez beaucoup ! Allez droit au but !
5. J'ai mal au bras droit .
6. Pour aller voir ce spectacle vous devez vous acquitter d'un droit d'entrée.
7. Mon frère est avocat. Il est spécialiste du droit .
8. Vous avez des droits , mais aussi des devoirs.

Quelques synonymes possibles : rectiligne - 90°- directement - opposé à la gauche - loi - privilèges- vertical- contribution.

À partir de cette liste de synonymes proposés, il est possible de rechercher le sens des mots.

Construire un tableau sémique : (en répondant par oui ou par non)

	Phrase 1	Phrase 2	Phrase 3	Phrase 4	Phrase 5	Phrase 6	Phrase 7	Phrase 8
rectiligne								
90°								
directement								
Opposé à la gauche								
loi								
privilèges								
vertical								
contribution								

2. La verbalisation favorisant l'accès à l'abstraction

2.1 Séance des figures téléphonées

Objectifs :

Faire reproduire aux élèves une figure simple et leur faire écrire un programme de construction qu'ils vont transmettre à d'autres qui ne voient pas la figure.

Compétences :

Chercher : S'engager dans une démarche

Modéliser : Passer d'un langage courant à un langage mathématique

Représenter : Imaginer, concevoir et réaliser des productions de natures diverses

Raisonner : Rechercher la validité des affirmations

Communiquer : Expliquer à l'écrit ou à l'oral une démarche, un raisonnement.

Déroulement :

Les élèves sont par groupes de deux et chaque groupe A est associé avec un autre groupe B. Les élèves des groupes A ont la figure A et les élèves du groupe B ont la figure B.

Les élèves ont pour consigne d'écrire un message à destination de leur groupe associé qui ne voit pas leur figure, afin que ceux-ci puissent la reproduire. Le message ne doit comporter aucun dessin. Les mots déictiques « haut », « bas », « droite » et « gauche » sont interdits. Le professeur se charge de faire circuler les messages dans la classe.

L'activité se fait en groupe. Chaque groupe est à la fois émetteur d'un message et récepteur d'un message.

Les groupes doivent d'abord décrire à l'aide d'un programme de construction, les figures qui leur sont données. Chaque groupe possède des figures différentes (fiche A, B ou C), mais dont l'approche est semblable.

Après un temps qu'il vaut mieux ne pas définir en début d'activité, les groupes s'échangent leur production et devront alors réaliser les constructions énoncées par d'autres.

Il est attribué des points d' « aller » (ce qui correspond à l'écriture du programme de construction) et des points de « retour » (ce qui correspond à la réussite par un autre groupe de la figure ainsi décrite).

Afin d'éviter que l'autre groupe ne se précipite, il bénéficie aussi des points de « retour » (ce qui correspond à la réussite de la figure décrite).

Fiche A

FIGURE n°	1
DIFFICULTE	facile
POINTS	Aller : 4
	Retour : 2
VOCABULAIRE POSSIBLE	Segment, longueur, perpendiculaire.

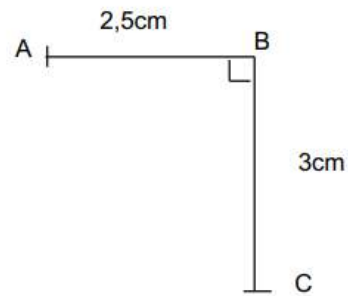


FIGURE n°	2
DIFFICULTE	facile
POINTS	Aller : 5
	Retour : 3
VOCABULAIRE POSSIBLE	Droite, perpendiculaire.

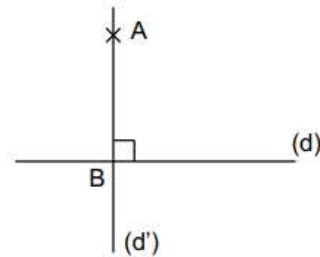


FIGURE n°	3
DIFFICULTE	moyen
POINTS	Aller : 7
	Retour : 4
VOCABULAIRE POSSIBLE	Segment, longueur, cercle, diamètre, rayon.

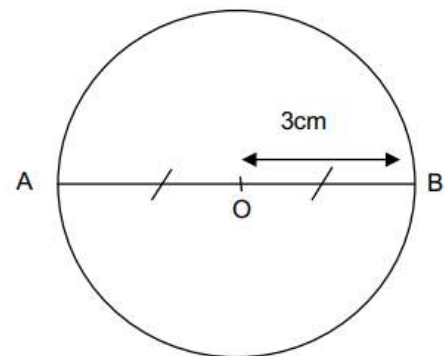


FIGURE n°	4
DIFFICULTE	moyen
POINTS	Aller : 8
	Retour : 4
VOCABULAIRE POSSIBLE	Segment, longueur, triangle, perpendiculaire.

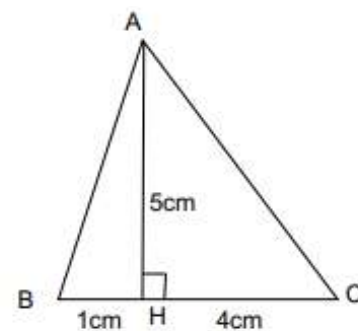


FIGURE n°	5
DIFFICULTE	moyen
POINTS	Aller : 8
	Retour : 4
VOCABULAIRE POSSIBLE	Rectangle, diagonale, intersection, côté, longueur.

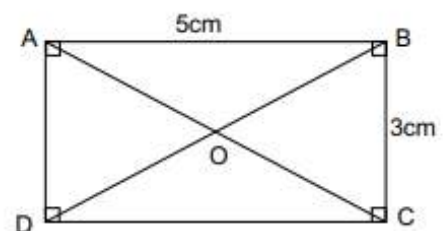


FIGURE n°	6
DIFFICULTE	Difficile
POINTS	Aller : 10
	Retour : 6
VOCABULAIRE POSSIBLE	cercle, centre, diamètre, rayon, segment, longueur.

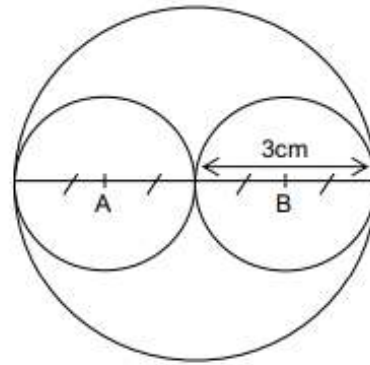
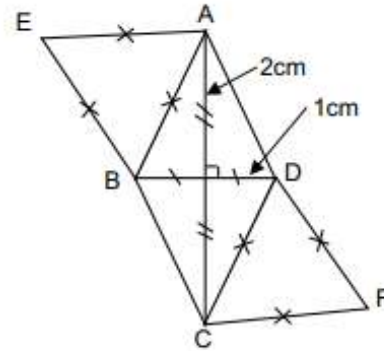


FIGURE n°	7
DIFFICULTE	Difficile
POINTS	Aller : 15
	Retour : 10
VOCABULAIRE POSSIBLE	?



Fiche B

FIGURE n°	1
DIFFICULTE	facile
POINTS	Aller : 4
	Retour : 2
VOCABULAIRE POSSIBLE	Segment, longueur, perpendiculaire.

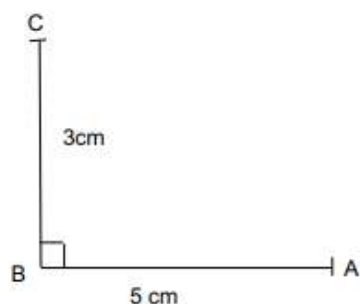


FIGURE n°	2
DIFFICULTE	facile
POINTS	Aller : 5
	Retour : 3
VOCABULAIRE POSSIBLE	Droite, segment, longueur, perpendiculaire.

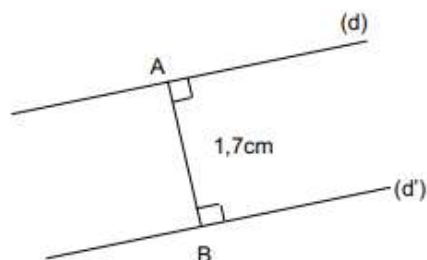


FIGURE n°	3
DIFFICULTE	moyen
POINTS	Aller : 7
	Retour : 4
VOCABULAIRE POSSIBLE	Milieu, segment, longueur, perpendiculaire.

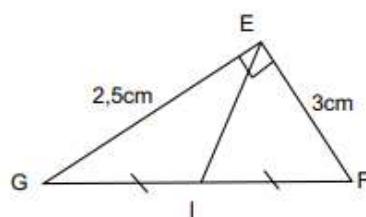


FIGURE n°	4
DIFFICULTE	moyen
POINTS	Aller : 8
	Retour : 4
VOCABULAIRE POSSIBLE	Milieu, segment, droite, longueur, perpendiculaire.

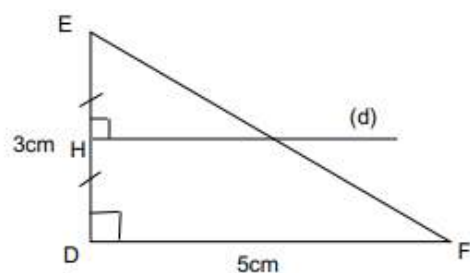


FIGURE n°	5
DIFFICULTE	moyen
POINTS	Aller : 8
	Retour : 4
VOCABULAIRE POSSIBLE	Intersection, diagonale, carré, côté, longueur.

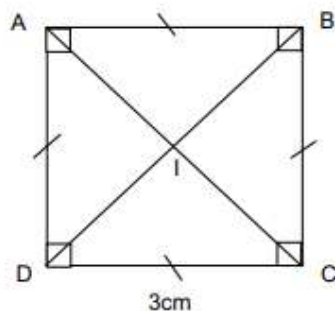


FIGURE n°	6
DIFFICULTE	difficile
POINTS	Aller : 10
	Retour : 6
VOCABULAIRE POSSIBLE	Cercle, diamètre, rayon, carré, diagonale, perpendiculaire.

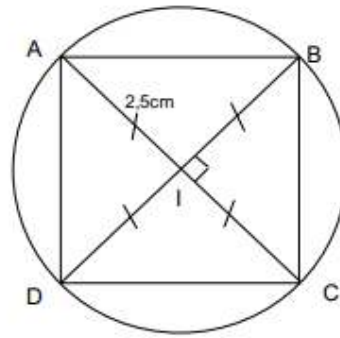
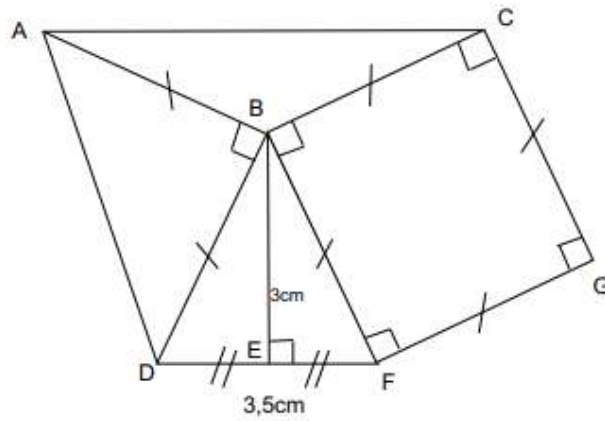


FIGURE n°	7
DIFFICULTE	moyen
POINTS	Aller : 15
	Retour : 10
VOCABULAIRE POSSIBLE	?



2.2 La manipulation de l'équerre ⁵

Objectifs :

Faire comprendre à quoi sert véritablement l'équerre, en passant par la manipulation et la verbalisation de cet outil pour conceptualiser l'angle droit et s'abstraire de ses représentations.

Compétences :

Chercher : S'engager dans une démarche, tester, conjecturer

Modéliser : Passer de la perception à l'abstraction en s'appuyant sur le langage et la manipulation

Représenter : Changer de registres de représentation

Raisonner : Rechercher la validité des affirmations

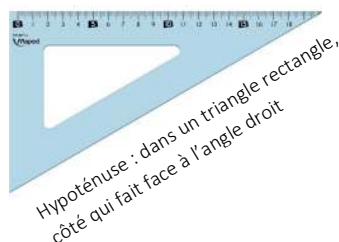
Communiquer : Expliquer à l'écrit ou à l'oral une démarche, un raisonnement.

Déroulement :

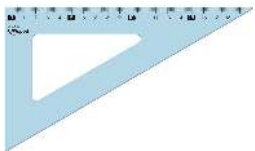
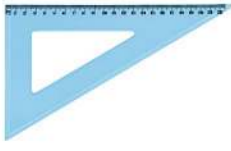
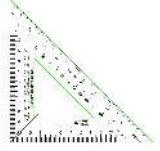



- Étape 1 : découvrir l'objet équerre et poser un vocabulaire commun univoque

L'équerre devrait être un outil réservé à la vérification et la construction d'angles droits (et par extension de parallèles). Ce n'est pas le cas, car souvent les équerres sont graduées. Une équerre graduée devient aussi une règle graduée, ce qui lui ôte de son sens. Pour des enfants de cycle 2, il serait préférable, entre le gabarit et l'équerre graduée classique, de proposer l'utilisation d'une équerre non graduée. De même l'équerre de tableau devrait être non graduée. Cela rend l'objet plus simple sur le plan cognitif, en lien plus direct avec sa raison d'être.

Puisque l'équerre est une représentation de l'angle droit, il n'est pas utile, et même contre-productif qu'elle dispose d'une hypoténuse. La présence de l'hypoténuse est pratique comme « poignée », mais elle transforme l'équerre en triangle. Là encore, c'est dévier l'équerre de sa raison d'être.



⁵ La totalité de cette activité s'appuie sur les travaux d'Edith Petitfour : <https://www.ldar.website/edith-petitfour>

 <p>Équerre non isocèle ; la graduation débute à quelques millimètres du sommet de l'angle droit</p>	 <p>Équerre non isocèle ; la graduation débute sur le sommet de l'angle droit.</p>
 <p>Équerre isocèle ; beaucoup trop d'informations pour des élèves débutant dans l'utilisation de l'équerre</p>	 <p>Équerre aux côtés de l'angle droit égaux, sans graduation ni hypoténuse : équerre scolaire</p>
 <p>Équerre aux côtés de l'angle droit non égaux, sans hypoténuse et non graduée : équerre de maçon</p>	 <p>Équerre aux côtés de l'angle droit non égaux, sans hypoténuse et non graduée : équerre de menuisier</p>

Les élèves manipulent bien mieux avec une équerre sans graduation. Les graduations ont une influence directe sur les procédés manipulatoires : les élèves la placent « le long du 0 », mais ce « 0 » n'est pas toujours sur le sommet de l'angle droit. Ou bien ils cherchent en même temps à mesurer et à obtenir une perpendicularité. Pour des enfants de cycle 2 (et parfois plus tard), c'est trop en même temps, et ils ne savent plus vraiment à quoi sert l'équerre. Il est donc nécessaire d'explicitier ce qu'est et à quoi sert l'équerre.

Quand un élève contemple, perplexe, son équerre, la faisant tourner et tourner encore comme s'il pouvait la considérer dans douze sens différents, c'est bien qu'il perçoit un choix. C'est normal, puisque les côtés ne sont pas de la même « nature ». On est cette fois dans l'entrée de la verbalisation liée aux concepts... Avec une équerre qui matérialise « en dur » un gabarit, l'élève la place très généralement comme il faut. Sans hypoténuse, pas de confusion possible.

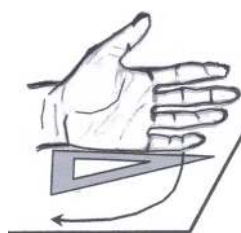
L'enseignant dit :

- Sortez votre équerre
- À quoi sert cet instrument ?

On attend que soit évoqué l'angle droit. L'enseignant reformule en faisant le lien avec le gabarit, déjà utilisé.

- Montrez-moi l'angle droit de votre équerre

Beaucoup d'élèves pointeront sans doute le sommet ou montreront le coin correspondant ; l'enseignant fait une mise au point sur la surface à parcourir : l'angle est compris entre ces deux côtés. L'enseignant fait le mouvement de balayage en utilisant son poignet ou son coude comme sommet de l'angle droit.



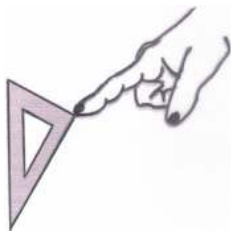
- Maintenant que nous avons expliqué, montrez-moi à nouveau l'angle droit de votre équerre

- Parcourez avec votre doigt un côté de l'angle droit de l'équerre ; un autre côté de l'angle droit de l'équerre
-

L'enseignant veille à ce que les élèves parcourent vraiment les côtés, de façon dynamique et non statique, en touchant les bords de l'équerre.



- Pointez le sommet de l'angle droit de l'équerre



- Étape 2 : manipuler, tester

L'enseignant vérifie que les élèves ont compris comment manipuler l'équerre pour tester si un angle est droit ou non, par exemple, sur la fiche d'angles à tester⁶.

Ils commencent par estimer à vue d'œil puis s'aident de l'équerre. Lorsque l'angle est droit, les élèves le codent.

- Étape 3 : institutionnaliser

Attention à ne pas institutionnaliser en induisant des représentations mentales incomplètes ou erronées. Par exemple, si on ne se place que dans des polygones, un enfant peut penser qu'il n'y a d'angles droits que dans des polygones.

⁶ Comme sur primaths, <http://primaths.fr/outils%20cycle%202/angledroit.html>

3. La verbalisation comme objet de régulation des situations d'apprentissage

3.1 Séance permettant de deviner le solide.

Description rapide :

Il s'agit pour les élèves de retrouver, parmi un lot de solide, et grâce à des questions fermées (auxquelles on ne peut répondre que par « oui » ou par « non ») le solide caché par un groupe d'élèves ou par l'enseignant.

Objectifs :

Amener les élèves à décrire les solides par leurs propriétés géométriquement telles que le nombre de faces, d'arêtes, de sommets, nature des faces, et non plus par leurs propriétés qualitatives telles que la couleur, la forme générale ou encore par comparaison avec des objets de la vie courante.

Cette situation permettra de préciser et de donner du sens au vocabulaire spécifique aux polyèdres (faces, arêtes, sommets, etc.), mais également à certaines figures planes.

Compétences :

Chercher : S'engager dans une démarche

Modéliser : Passer d'un langage courant à un langage mathématique

Représenter : Imaginer, concevoir et réaliser des productions de natures diverses

Raisonner : Rechercher la validité des affirmations

Communiquer : Expliquer à l'écrit ou à l'oral une démarche, un raisonnement.

Variables didactiques :

Le choix du solide à retrouver et des solides composant le lot.

Ce sont des variables qui permettent de mettre en défaut les descriptions qualitatives des élèves. Nous proposons donc des solides qui se ressemblent perceptivement afin d'amener les élèves à utiliser des propriétés géométriques pour les caractériser.

Pour rendre indispensable la caractérisation des solides par leurs faces, arêtes et sommets, et ainsi donner du sens à ce vocabulaire., nous évitons de mettre dans le lot des solides que les élèves peuvent désigner facilement par leur nom (par exemple, le cube ou le pavé).

La nature de la communication :

Elle est également importante. En effet, en restreignant la communication à des questions fermées, on influe sur la précision du vocabulaire et la communication est ainsi facilement exploitable ; on peut alors en garder une trace.

Procédures visées :

La première difficulté à laquelle vont se confronter les élèves est la formulation de questions fermées non ambiguës.

Exemples de questions auxquelles les élèves peuvent penser :

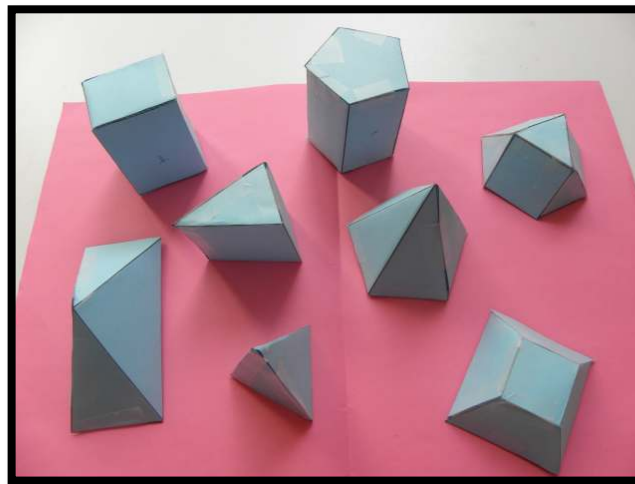
- des propriétés qualitatives définissant la forme comme dans : « Est-il en forme de pointe de crayon ? », ou bien : « Est-il de la forme d'une tente ? » ;
- des termes sociaux et non géométriques comme : « Y-a-t-il six pointes ? », ou bien : « les murs sont-ils des carrés ? » ;
- des ambiguïtés confondent le 2D et le 3D comme dans : « Est-il de la forme d'un losange ? » (Alors qu'il s'agit d'un double tétraèdre).

L'enjeu est que ce vocabulaire soit disqualifié au profit du vocabulaire géométrique : arêtes, sommets, faces et nature des faces. Les questions pertinentes sont alors : « A-t-il six faces ? », A-t-il des faces en forme de triangles ? », A-t-il six sommets ? ».

Matériel :

Chaque solide porte, au crayon de papier, une lettre qui permet aux élèves de le désigner.

Un lot de huit solides (ci-dessous) et un lot supplémentaire pour extraire le solide à faire deviner par groupe de quatre. Suivant les différentes phases, les solides cachés sont respectivement : le solide complexe, la pyramide à base rectangulaire, puis le prisme à base pentagonale et le pavé droit.



Dans un grand tableau affiché seront récapitulées les questions posées et les réponses apportées, chaque groupe dispose d'une feuille similaire sur laquelle il peut préparer ses questions (il faut donc au moins une feuille par groupe et par phrase).

	Questions	Réponses (« oui », « non », « pas de réponse »)
1		
2		
...		

Déroulement :

Les élèves sont répartis par groupes de quatre. Ils ont un lot de solides et posent les questions.

Deux élèves ou l'enseignant ont le solide à trouver, dans une boîte, à l'abri des regards des autres élèves. Ils sont devant le tableau, par exemple, et répondent aux questions.

Si c'est l'enseignant qui a le solide caché, la communication peut être plus rigoureuse et plus structurée, mais moins riche en débats possibles entre les groupes qui posent les questions.

- Étape 1 : Jeu de questions-réponses entre la classe et un groupe d'élèves.
 - Phase 1 : préparation des questions

L'enseignant désigne les deux élèves qui sont au tableau et les autres sont regroupés par quatre avec un lot de huit solides. L'enseignant peut commencer par leur faire observer le lot de solides à disposition. Dans cette première phase, le solide caché est le solide complexe.

Consigne : « Vous devez poser des questions aux deux élèves qui sont au tableau pour deviner quel solide ils ont devant eux. Ce solide se trouve forcément parmi ceux que vous avez sur votre table. Le groupe qui a le solide caché ne peut répondre que par « oui » ou par « non ». D'abord, vous devez vous mettre d'accord sur les questions que le groupe va poser et les écrire sur la fiche.

Chaque groupe posera ensuite une question jusqu'à ce qu'un groupe ait trouvé, à coup sûr, de quel solide il s'agit. Bien évidemment, il est interdit de poser des questions sur la lettre notée sur le solide. »

Les élèves se mettent d'accord sur les questions. Ils doivent en écrire plusieurs, car certaines questions vont être posées par d'autres groupes et ils risquent d'être à court de questions.

Voici un exemple de liste de questions préparées par écrit par une classe :

Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4
Est-il petit ?	Est-ce qu'il a 8 faces ?	Est-ce qu'il a 8 faces ?	Est-ce qu'il a 8 faces triangulaires ?
A-t-il une forme triangulaire ?	Est-ce qu'il a 6 faces ?	Est-ce qu'il a 10 sommets ?	Est-ce qu'il a une forme de maison ?
Est-ce qu'il a 8 faces triangulaires ?	Est-ce qu'il a 5 faces ? Est-ce qu'il a 9 faces ? Est-ce qu'il a 8 sommets ?	Est-ce qu'il a base plate ? Est-ce qu'il a un sommet principal ? Est-ce qu'il a une forme de crayon ?	Est-ce que c'est un solide en forme de losange ?

On retrouve bien les trois principales catégories de questions le plus souvent posées : les questions sur l'aspect général : « est-ce qu'il ressemble à ... ? », les questions sur les propriétés physiques : « est-il grand, lourd, bleu, tient-il debout ... ? » et les questions sur le nombre de faces, de sommets, d'arêtes et sur la nature des faces.

- Phase 2 : questions/réponses

Chaque groupe pose une question. Le groupe qui a le solide caché répond par « oui » ou par « non ». Les questions et réponses sont écrites au tableau. S'il ne peut pas répondre (dans le cas d'une question ambiguë ou d'une question qui n'est pas fermée), le groupe dit : « On ne peut pas répondre. »

À chaque tour de questions, l'enseignant pose la question : « Êtes-vous certains du solide à trouver ? »

Si la réponse est « non » pour un groupe, on refait un tour de questions.

Si la réponse est « oui » pour tous les groupes, l'enseignant demande de lever à bout de bras le solide supposé dans chaque groupe. En montrant les solides, la validation est immédiate. La situation doit rester la plus ouverte possible.

- Phase 3 : Mise en commun

Il s'agit de récapituler, grâce aux questions qui ont été écrites au tableau, celles qui sont restées sans réponse afin d'identifier ce qui est ambigu et ce qui fait que la question n'est pas fermée.

On peut demander aux élèves de lister le vocabulaire qui a été utile dans les questions et qui a permis de faire avancer l'activité.

On établit la liste du vocabulaire mathématique utile en le substituant éventuellement au vocabulaire approximatif des élèves : faces, arêtes, sommets, triangles, carrés, rectangles, pentagone.

- Étape 2 : Jeu de questions entre les élèves et l'enseignant.

- Phase 1 : préparation des questions et aide au choix.

Cette fois c'est l'enseignant qui a le solide à deviner ce qui accélère les échanges et évite les erreurs de dénombrement (l'enseignant peut plus facilement dire qu'il ne peut pas répondre à une question ambiguë).

Il s'agit de la pyramide à base rectangulaire. Tous les groupes posent une question et l'enseignant les note au tableau. Il donne et écrit les réponses à ces questions. Puis il engage les élèves à compléter la grille suivante :

Tour	On est sûr que c'est le solide désigné par la lettre ...	On est sûr que ce n'est pas le solide désigné par ...
1		
2		

Puis d'autres tours de questions sont à nouveau réalisés. À la fin de chaque tour, les élèves d'un groupe doivent se mettre d'accord avant de remplir la grille. Tant que tous les groupes n'ont pas rempli la colonne : « on est sûr que c'est le solide désigné par ... » et ne sont pas d'accord sur le solide qui est dans cette colonne, on refait des « tours » de questions.

- Phase 2 : mise en commun et institutionnalisation

Cette mise en commun se déroule comme celle de la première phase et doit permettre de définir les questions permettant de trouver le solide et celles qui ne sont pas pertinentes. Les grilles permettent de revenir sur le traitement des informations réalisé par chaque équipe.

À l'issue de cette phase, on institutionnalise définitivement le vocabulaire lié aux polyèdres.

On peut ainsi proposer la trace écrite suivante :

Pour connaître un solide, on peut poser des questions sur :

- Son nombre de faces, d'arêtes de sommets ;
- La forme de ses faces.

3.2 Angles droits et arts visuels

Objectifs :

Remettre en question la vision prototypique de l'angle droit liée à l'horizontalité et la verticalité.

Compétences :

Chercher : Extraire l'information utile

Modéliser : S'abstraire des représentations prototypiques de l'angle droit

Représenter : Imaginer, concevoir et réaliser des productions de natures diverses

Raisonner : Rechercher la validité des affirmations

Communiquer : Expliquer à l'écrit ou à l'oral une démarche, un raisonnement.

Déroulement :

Présentation de l'activité, donnée aux élèves sous forme de fiche (page suivante).

Rôle de l'enseignant et analyse des productions des élèves :

Les élèves vont sans doute « copier » le style de Mondrian en s'en tenant aux horizontales et aux verticales, comme évoqué plus haut dans ce document. L'enseignant laisse les enfants aller au bout de leur travail, et propose ensuite une discussion. Si des enfants ont eu l'idée de travailler l'angle droit sans se limiter aux horizontales et aux verticales, il pourra s'appuyer sur leurs productions. Dans tous les cas, le but est de faire réfléchir à quel concept est transmis derrière la présentation du travail de Mondrian, classiquement présentée comme dans l'activité : quelles confusions sont-elles commises ? Pourquoi ? Comment alors travailler le concept d'angle droit dans un travail d'arts visuels ?

L'objectif de l'enseignant est de faire prendre conscience aux enfants du décalage « culturel », « social » de la vision de l'angle droit avec ce qu'il est vraiment conceptuellement.

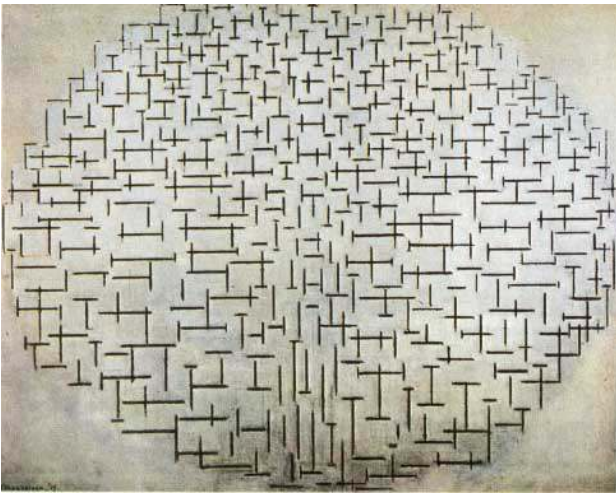
L'artiste : Piet Mondrian (1872-1944)



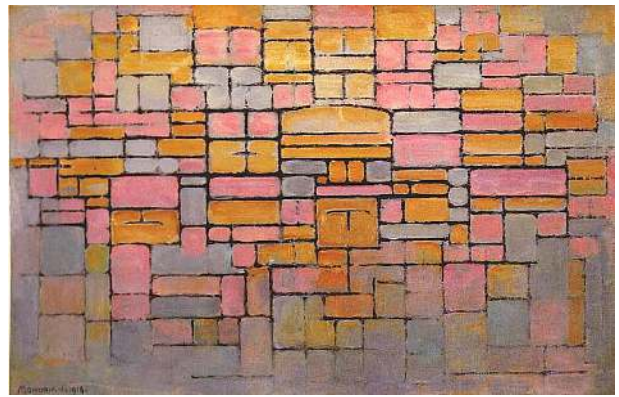
Piet Mondrian est un peintre néerlandais abstrait.

Il représente ce qu'il veut peindre non pas en dessinant leur vraie forme, mais avec des lignes horizontales et verticales.

Il choisit souvent d'utiliser le noir, le blanc et des couleurs vives (jaune, bleu, rouge).



« Jetée et océan », Piet Mondrian, 1915



La mer- composition V, 1914



Composition en rouge, jaune, bleu et noir, 1926



Composition, 1919

À toi ! Réalise une composition à la façon de Mondrian, en utilisant des angles droits.

n.temagoult@ac-rouen.fr

claire.fanton-lomme@ac-rouen.fr