Baccalauréat Madagascar juin 1961
Série mathématiques

I. Exercice 1

Résoudre l'équation

$$\sin 2x - \sin 4x = \sin x.$$

I. Exercice 2

Déterminer le cercle principal d'une conique, connaissant une tangente, D, un foyer,F et le centre, O.
F et D étant supposés donnés, comment faut-il choisir O pour que la conique soit une ellipse ; une hyperbole ?
Lieu de O pour que la conique soit une hyperbole équilatère.

II.

On se propose d'étudier les triangles ABC dont un côté BC est fixe et pour lesquels la tangente en A au cercle circonscrit est parallèle à une direction fixe δ, non parallèle à BC. On posera BC $= a$. .

1. Montrer que lorsque le sommet A varie, les bissectrices de l'angle BAC restent parallèleq à des directions fixes.

   On mène par le milieu O de BC deux axes $x'\text{O}x$ et $y'\text{O}y$ parallèles aux bissectrices de l'angle BAC.

   Montrer que, dans ce système d'axes, le produit des coordonnées de A est constant.

   En déduire le lieu de A, puis le lieu de l'orthocentre du triangle ABC.

   Déterminer le lieu du centre du cercle passant par les milieux des côtés du triangle ABC.
2. On donne dans cette question la longueur h de la hauteur issue de A. On supposera AB > AC et l'on désignera par α la mesure de l'angle aigu de δ avec BC.

   Établir les relations :

   $$\widehat{\text{C}} - \widehat{\text{B}} = \alpha \quad \text{et} \quad 2h \sin \text{A} = a(\cos \alpha + \cos \text{A}).$$

   En déduire la valeur des angles du triangle en fonction de α et de $\lambda = \dfrac{h}{a}$. Discussion.
3. On donne, dans cette question, la somme ℓ des longueurs des côtés AB $= c$ et AC $= b$ $(b+c = \ell)$.

   Calculer $\sin \dfrac{\text{A}}{2}$, puis déterminer les angles du triangleen fonction de $a,\ \ell,\ \alpha$. Discussion.

   Donner une construction géométrique du triangle.