

🌀 Baccalauréat Madagascar septembre 1951 🌀

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1^{er} sujet

Démontrer que, si un nombre entier c divise le produit de deux nombres entiers a et b et est premier avec a , il divise b .

Application : Sachant que $x_0 = 2$, $t_0 = 1$ satisfait à $5x - 3y = 7$, trouver tous les nombres entiers qui satisfont à cette équation.

2^e sujet

Condition nécessaire et suffisante pour qu'une fraction donnée irréductible soit égale à une fraction décimale.

3^e sujet

Faire, sur un exemple, la théorie de l'extraction de la racine carrée d'un nombre entier à une unité près.

II

PARTIE A

On considère dans un système d'axes rectangulaires les paraboles P et P' représentatives des fonctions

$$(P) y = x^2 - x, \quad (P') y = -x^2 + 2x.$$

1. Représenter, avec soin, sur le même graphique les courbes P et P' .
La droite $(\Delta)x = \lambda$ coupe P en M , P' en M' . Écrire les équations des tangentes MT en M à P , $M'T'$ en M' à P' .
2. Calculer les coordonnées du point commun A à MT et $M'T'$ en fonction de λ .
Quel est le lieu géométrique de A lorsque λ varie? Préciser la droite sur laquelle ce lieu se trouve.

PARTIE B

Étude géométrique de la même question; soient P et P' deux paraboles dont les axes sont parallèles : P de foyer F et de directrice D , P' de foyer F' et de directrice D' . Une droite Δ variable parallèle aux axes de P et P' coupe P en M , P' en M' , D en H , D' en H' .

1. Construire le point A commun aux deux tangentes en M et M' aux deux paraboles pour une position donnée de Δ .
2. Soit D_1 la médiatrice de HH' , D_2 celle de FF' . Le point A se projette orthogonalement en H_1 sur D_1 , en H_2 sur D_2 .
On choisira des orientations sur Δ et sur FF' , ce qui donnera des valeurs algébriques aux distances AH_1 et AH_2 .

Évaluer

$$\text{dans le triangle } FAF' \quad \overline{F'A}^2 - \overline{FA}^2,$$

$$\text{dans le triangle } HAH' \quad \overline{H'A}^2 - \overline{HA}^2.$$

Qu'en conclure pour le rapport des segments $\overline{H_1A}$, $\overline{H_2A}$?

En déduire que A est sur une droite fixe δ quand Δ varie.

3. Chercher quel est le lieu du point A .

Discuter suivant l'existence des points communs à δ et à P .

Montrer que si P et P' ont des points communs, ces points sont aussi sur δ .

En déduire que deux paraboles d'axes parallèles ne peuvent avoir plus de deux points communs et donner un moyen de les construire.