Madagascar septembre 1956
Baccalauréat série mathématiques et mathématiques et technique

I. 1er sujet

Définition et propriétés élémentaires des nombres premiers.
Décomposition d'un nombre en facteurs premiers.

I. 2e sujet

Plus grand commun diviseur de deux nombres.
Sa détermination par la méthode des divisions successives.

I. 3e sujet

Montrer que, si un nombre est séparément divisible par des nombres premiers deux à deux, il est divisible par leur produit.
Application : Un nombre est divisible séparément par 6, 7, 8 ; par quel nombre est-il certainement, divisible ?

II. Problème

On donne un cercle fixe (O), de centre O et de rayon R et une droite fixe (D) qui coupe le cercle en deux points A et B.
On appelle U le pôle de la droite (D) par rapport au cercle, K la projection de O sur (D).
Un point M décrit la droite (D). On appelle (α) le cercle de centre α passant par M et tangent au cercle (O) en A. et (β) le cercle de centre β passant par M et tangent, au cercle (O) en B. Soit N le point d'intersection autre que M de ces deux cercles.

1. Lieux géométriques des points α et β.
   Lieu géométrique du point N. [Il pourra être utile d'établir la relation
   $(\text{NA}, \text{NB}) = (\text{UA}, \text{UB}) + k\pi$].
2. Montrer que l'un des centres d'homothétie, I, des cercles (α) et (β) est situé sur AB.
   On pose $\overline{\text{KI}} = y$, $\overline{\text{KM}} = x$, $\overline{\text{KA}} = a$.
   Calculer y en fonction de x et étudier la fonction $y(x)$ ainsi définie.
   En déduire le lieu géométrique de I.
3. Que peut-on dire du quadrilatère MαOβ : lieu géométrique du milieu P de $\alpha\beta$; enveloppe de la droite $\alpha\beta$. [Il pourra être utile de joindre P au milieu ω de OU.]
4. Soit J le deuxième centre d'homothétie des cercles (α) et (β).
   Montrer que JM est parallèle à OU.
   Lieu géométrique de J.