

♣ Baccalauréat Madagascar septembre 1957 ♣
Série mathématiques

I. 1^{er} sujet

x étant un arc exprimé en radians, établir la limite de $\frac{\sin x}{x}$ lorsque x tend vers zéro.
Dérivée de $y = \sin x$.

I. 2^e sujet

Dérivée de la racine carrée d'une fonction ayant une dérivée.

I. 3^e sujet

a, b, c, A, B, C étant les côtés et les angles d'un triangle, établir les deux systèmes de relations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \\ A+B+C = \pi \end{array} \right.$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A, \\ b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B, \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C. \end{array} \right.$$

II.

A et B sont deux points fixes d'un plan et O le milieu du segment AB; la distance AB est donnée et égale à $2a$ ($OA = OB = a$).

On considère deux cercles quelconques C et C' du plan passant par A et B. Soient PP' et QQ' leurs tangentes communes, P, P', Q, Q' étant les points de contact.

1. Montrer que, pour tous les couples de cercles C, C' pour lesquels les segments de droites PP' et QQ' ont une longueur constante donnée 2ℓ ($PP' = QQ' = 2\ell$), les tangentes communes PP' passent par un point fixe p , et les tangentes communes QQ' par un point fixe q .

On donnera la distance des points p et q au point O en fonction de a et de ℓ .

2. Le cercle C et la longueur ℓ étant donnés, construire le cercle C'.
3. La construction de 2. associe, pour une longueur ℓ donnée, à tout cercle C deux cercles C', que l'on désignera par C'_1 et C'_2.
Comment doit être choisi le cercle C pour que C'_1 et C'_2 soient égaux?
4. C et ℓ étant donnés, indiquer une construction géométrique aussi simple que possible du centre d'homothétie directe S des deux cercles C'_1 et C'_2.

Construire le cercle C, connaissant S et ℓ .