

☞ Baccalauréat Maroc, Brazzaville et Antilles septembre 1949 ☞
Série mathématiques

I.- 1^{er} sujet

Polaire d'un point par rapport à un cercle.

I.- 2^e sujet

Théorèmes de Poncelet pour la parabole.

I.- 3^e sujet

Hyperbole, directions asymptotiques, asymptotes.

II.

On donne une sphère (S) de centre O et de rayon R, et un plan diamétral (Π) perpendiculaire au diamètre PP'. On effectue de P' la projection stéréographique de (S) sur (Π).

1. Soient m et m' deux points de (Π) inverses par rapport à la sphère (S). Ils sont images de deux points M et M' de (S) par la projection stéréographique.

On fera la figure dans le plan contenant les points P, P', M, M', m , m' .

Sous quel angle se coupent les circonférences passant l'une par P', m , m' , l'autre par P', M, M'?

Du résultat précédent, montrer, en employant les propriétés de l'inversion, qu'on peut en déduire sous quel angle se coupent les droites MM' et mm' .

Soient M et M' deux points de la sphère (S) tels que les deux droites MM' et PP' soient parallèles.

Peut-on affirmer que les projections stéréographiques m et m' sont inverses l'une de l'autre dans l'inversion de pôle O et de puissance R^2 ?

2. On prend dans le plan (Π) deux axes de coordonnées rectangulaires Ox, Oy, tels que le trièdre Ox, Oy, OP soit direct.

Au point M de la sphère (S) on fait correspondre l'axe Ou du plan (Π), support du vecteur Om, et orienté de O vers u.

Le point M sera défini par les angles $\varphi = \widehat{Ox, Ou}$ (longitude) et $\theta = \widehat{Ou, OM}$, compté positivement de Ou vers OP (latitude).

On supposera $-\pi \leq \varphi \leq \pi$ et $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$.

- a. Soient x et y les coordonnées de la projection stéréographique m du point M.

En posant $2\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta$, calculer en fonction de α et de φ la longueur Om et les coordonnées x et y .

- b. On suppose $\varphi = \theta$, calculer en fonction de α les quantités x , $2R - x$, y .

Déterminer la relation $y = f(x)$ qui lie les coordonnées de m .

- c. Construire la courbe (C) représentant la variation de la fonction $y = f(x)$.

- d. On effectue sur (C) une inversion de centre O et de puissance R^2 .

Comparer à (C) la courbe obtenue par cette inversion.