

∞ **Baccalauréat juin 1951** ∞
Maroc, Lomé, Brazzaville et Yaoundé

SÉRIE MATHÉMATIQUES ET MATHÉMATIQUES ET TECHNIQUE

I

1^{er} sujet

Formules de transformation en produit de la somme ou de la différence de deux sinus ou de deux cosinus.

Application : Transformer en produit l'expression

$$\sin x + \cos y.$$

2^e sujet

Résoudre un triangle, connaissant deux de ses côtés et l'angle compris entre ces deux côtés.

Application : Les côtés ont pour longueurs respectives 2,3 et 2,7. L'angle est égal à 38° .

3^e sujet

Résoudre et discuter l'équation suivante :

$$\cos x + \sqrt{3} \sin x = m,$$

où x est un angle compris entre 0 et 4π et où m est un nombre algébrique donné. Interprétation graphique.

II

Dans un plan on considère un axe Ox sur lequel on a choisi une origine O et un point fixe I_0 d'abscisse a positive.

On considère les deux droites (D) et (D') passant par O et faisant respectivement avec Ox les angles $+\frac{\pi}{3}$ et $-\frac{\pi}{3}$. La perpendiculaire (Δ) en I_0 à Ox coupe (D) au point A_0 et (D') au point B_0 .

1. Étant donné un point I sur (Δ) , construire géométriquement un segment rectiligne AB de milieu I ayant son extrémité A sur (D) et son extrémité B sur (D') .
2. Montrer que, quand I varie sur (Δ) , A et B se correspondent dans une rotation dont on déterminera le centre F et l'angle.

Quelle est l'enveloppe de la droite AB ?

3. Soit (γ) le cercle tangent en A à FA et en B à FB .

Trouver le lieu du centre de ce cercle quand I décrit (Δ) .

Montrer que si P est un point quelconque de (γ) le rapport $\frac{PF}{PI}$ a une valeur numérique bien déterminée, que l'on indiquera.

En déduire le lieu (Γ) , quand I décrit (Δ) , des points d'intersection M et M' de (γ) et de la parallèle à Ox menée par I .

Établir qu'en M et M' ce lieu est tangent au cercle (γ) .

4. Soit Oy l'axe directement perpendiculaire à Ox . Écrire, dans le système d'axes Ox, Oy , l'équation de (Γ) .

Calculer les coordonnées du point N d'intersection de (Γ) et de la droite d'équation $y = m(x - 2a)$; calculer les coordonnées du point N' d'intersection de (Γ) et de la droite passant par le point $x = 2a, y = 0$ et perpendiculaire à la précédente.

Former l'équation de la droite NN' .

Montrer que cette droite passe par un point fixe lorsque m varie et indiquer les coordonnées de ce point fixe.