Baccalauréat mathématiques Maroc juin 1937

I. - 1$^{\text{er}}$ sujet
Polaire d'un point par rapport un cercle.

I. - 2$^{\text{e}}$ sujet
Inversion : définition et théorème fondamental sur la conservation des angles.

I. - 3$^{\text{e}}$ sujet
Équation de l'ellipse.

II.
Soient, dans un plan vertical, une circonférence C, a son rayon, O le point le plus bas de la circonférence. Sur cette circonférence est mobile un point M, de poids P. Ce point M est soumis, outre son poids, à une force F portée par OM et égale à $\dfrac{2akP}{OM}$ (k est un facteur donné ; le sens positif est OM, c'est-à-dire que si $k > 0$, F est une répulsion ; si $k < 0$, F est une attraction) ; on appellera α l'angle de OM avec la verticale ascendante $\left(-\dfrac{\pi}{2} \leqslant \alpha \leqslant \dfrac{\pi}{2}\right)$.

1. Calculer pour une valeur donnée de α les projections T et N de la résultante des deux forces sur la tangente et la normale en M au cercle C.
   Exprimer T en fonction de tg α.
   Que devient $\dfrac{T}{N}$ quand α tend vers 0 ?
2. En supposant qu'il n'y a pas frottement, chercher s'il existe sur C des positions d'équilibre pour M.
3. En supposant un coefficient de frottement $f = \text{tg}\,\varphi$, étudier les deux cas particuliers suivants :
   a. $k = 1$.
   Construire la courbe qui représente en fonction de tg α les variations de $\dfrac{T}{N}$.
   Pour quelles valeurs de α y a-t-il équilibre ?
   b. $k = \dfrac{3}{2}$.
   Construire la courbe qui représente les variations de $\dfrac{T}{N}$.
   De l'allure de cette courbe on conclura qu'il y a des positions d'équilibre qui, suivant les valeurs de f, forment un ou trois arcs de C.
   Calculer f et les limites des arcs sur lesquels il y a équilibre, sachant que l'une de ces limites correspond à tg $\alpha = \dfrac{1}{2}$.

N. B. - Le problème sera noté sur 20 ; la question de cours sur 10.