Durée : 4 heures

Baccalauréat Maroc juin 1965

Série mathématiques élémentaires

EXERCICE 1

Montrer que la fraction $\dfrac{n+1}{2n+3}$ est irréductible quel que soit le nombre entier n.

EXERCICE 2

Étudier et représenter graphiquement la fonction

$$y = \frac{1+(\text{Log}\,x)^2}{1-(\text{Log}\,x)^2}$$

EXERCICE 3

Dans un plan on donne deux points fixes, O et A (OA = 1).
À un point m quelconque du plan on fait correspondre le point M tel que Om soit la bissectrice de $\left(\overrightarrow{\text{OA}}, \overrightarrow{\text{O}M}\right)$ et que OM = (Om)^2.

1. La transformation admet-elle des points doubles ?
   Quels sont les transformés :
   a. des points de la droite OA ? ;
   b. des points d'une droite quelconque passant par O ? ;
   c. du cercle de centre O de rayon 1 ? ;
   d. d'un cercle quelconque de centre O ?
2. Montrer que le symétrique, m', de m pour O a même transformé que m et que le cercle (Ω) de centre ω passant par A, m, m' passe par M, recoupe OM en A$'$, symétrique de A par rapport au diamètre Oω, et recoupe également OA en μ, symétrique de M par rapport à Oω.
   En déduire la construction de m, connaissant M.
3. Le plan est rapporté à un repère orthonormé où l'axe x'Ox porte $\overrightarrow{\text{OA}}$.
   On désignera par $(x~;~y)$ les coordonnées de m, par $(X~;~Y)$ celles de M.
   Établir les deux relations liant x, y, X, Y.
   En déduire :
   a. L'ensemble des positions de M quand m se déplace sur une parallèle à Oy ou sur une parallèle à Ox ;
   b. Sur quelles courbes doit se déplacer M pour que m décrive une hyperbole équilatère admettant les axes de coordonnées, soit pour asymptotes, soit pour axes de symétrie.