↜ Baccalauréat C Maroc septembre 1955 ↝

I. 1er SUJET.

Équation de l'ellipse rapportée à ses axes de symétrie.

I. 2e SUJET.

Intersection d'une droite et d'une ellipse définie par un foyer et le cercle directeur associé.
Discussion.

I. 3e SUJET.

Théorèmes de Poncelet dans le cas de la parabole.

II.
/medskip
On considère un triangle ABC, de côtés a, b, c, de périmètre $2p$, d'aire S. On désigne par h la hauteur AH issue de A et par R le rayon du cercle circonscrit.

1. Évaluer en fonction des angles B et C le rapport

$$u = -\frac{h}{a}.$$

Montrer que $\cos(\mathrm{B}-\mathrm{C}) = 2u\sin\mathrm{A} - \cos\mathrm{A}$.
Déterminer les angles B et C, connaissant l'angle A et la valeur de u.
Discuter, en supposant que A est donné et que u est un paramètre.

2. Calculer les angles B et C, sachant que $\mathrm{B} - \mathrm{C} = \dfrac{\pi}{4}$ et $u = \dfrac{1}{2}$.
On donnera les valeurs de B et de C mesurées en radians.

3. Utilisant les expressions

$$S = \frac{1}{2}ah \quad \text{et} \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

trouver la relation $f(a, b, c, u) = 0$ (où f est un polynôme bicarré en a) qui existe entre les côtés, a, b, c, et le rapport u.
On suppose donnés b, c et u positifs.
Montrer que l'on peut déterminer a si $u \leqslant \dfrac{bc}{\left|b^2 - c^2\right|}$.
Soit $v = \dfrac{bc}{\left|b^2 - c^2\right|}$.
On suppose b constant et c variable.
Étudier les variations de p en fonction de c, quand c varie de 0 à $+\infty$.
Construire la courbe représentative en prenant le cm comme unité et $b = 2$ cm.

4. On suppose que le triangle ABC vérifie la relation $u = v$. Soit O le milieu de BC.
Démontrer que

$$\mathrm{AB} \cdot \mathrm{AC} = 2\mathrm{AH} \cdot \mathrm{OH}.$$

En déduire que $\mathrm{OH} = R$.

a. Utilisant cette dernière égalité, établir que la hauteur AH est tangente en A au cercle circonscrit au triangle ABC.

On prend pour axes de coordonnées un axe X$'$OX de support BC et un axe Y$'$OY perpendiculaire.

Déterminer le lieu de A par son équation, les points B et C étant supposés fixes.

b. On considère le cercle de diamètre BC et le cercle (Γ) de centre A qui partage le cercle de diamètre BC en deux arcs égaux.

Quel est l'axe radical du cercle (Γ) et du cercle circonscrit au triangle ABC ?