∽ Baccalauréat La Martinique série mathématiques juin 1946 ∾

Exercice 1 (au choix)

1^er^ sujet

Moment d'une force par rapport à un point. Théorème de Varignon.

2^e^ sujet

Forces parallèles. Centre de forces parallèles.

3^e^ sujet

Définition du centre de gravité d'un corps solide.
Centre de gravité d'une pyramide solide homogène.

Exercice 2

On considère trois cercles C_1, C_2, C_3 de même rayon a, passant par un même point I et se recoupant deux à deux aux points A, B, C.

1. **a.** Montrer que ces trois cercles sont tangents à un même cercle de centre I de rayon $2a$ et que le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC est égal à a.

   b. Les cercles C_1 et C_2 qui se coupent en I et A restent fixes ; le troisième cercle étant variable, montrer que le cercle circonscrit au triangle ABC reste tangent à un cercle fixe de centre A, tangent lui-même à C_1 et C_2.

2. En transformant la figure précédente et ses propriétés par une inversion de centre I et de puissance $4a^2$:

   a. Montrer que dans tout triangle, entre le rayon R du cercle circonscrit, la distance d de son centre au centre d'un cercle exinscrit et le rayon r de ce dernier, existent les relations :

   $$(1) \qquad d^2 = R^2 - 2Rr \quad \text{s'il s'agit du cercle inscrit ;}$$

   $$(2) \qquad d^2 = R^2 + 2Rr \quad \text{s'il s'agit d'un cercle exinscrit.}$$

   b. Etant données deux tangentes fixes Ax et Ay à un cercle fixe de centre I on considère une tangente variable à ce cercle qui coupe Ax et Ay en B et C, trouver l'enveloppe du cercle circonscrit au triangle ABC et en déduire le lieu de son centre M.

3. En utilisant les relations (1) et (2), évaluer le rapport des distances du point M au point A et à la médiatrice de AI, retrouver ainsi le lieu de M puis l'enveloppe du cercle circonscrit au triangle ABC.

   Distinguer les point M pour lesquels le cercle fixe est inscrit ou exinscrit au triangle ABC.

4. Construire un triangle ABC connaissant le sommet A, le cercle inscrit les droites Ax et Ay qui portent les côtés AB et AC et sachant de plus que le cercle circonscrit doit passer par un point donné D.

   Discuter, suivant les positions du point D, le nombre des solutions en tenant compte qu'il s'agit bien du cercle inscrit et non du cercle exinscrit.