

⌘ Baccalauréat STT Métropole ⌘

A. C. C. – A. C. A. juin 1998

Durée : 2 heures

Exercice

8 points

Pour différentes parcelles de blé ayant chacune une superficie de 10 000 m², le tableau suivant indique la recette y_i (en francs) selon la quantité d'engrais épandue x_i (en litres).

Quantité d'engrais en litres x_i	50	100	150	200	250	300	350	400
Recette y_i en francs	2 400	3 450	3 750	4 350	5 550	5 700	6 600	7 055

- Construire le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ associé à la série statistique dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
Unités graphiques :
2 cm pour représenter 100 litres en abscisse
1 cm pour représenter 500 francs en ordonnée.
 - On note G le point moyen de ce nuage.
Déterminer les coordonnées de G et placer ce point sur le graphique.
 - L'allure du nuage justifie-t-elle l'ajustement du nuage par une droite?
- Construire la droite \mathcal{D} d'équation $y = 13,2x + 1 890$.
On admet que la droite \mathcal{D} est une droite d'ajustement du nuage de points.
- À l'aide du graphique, donner une estimation en francs de la recette d'une parcelle de blé de 10 000 m² sur laquelle on a mis 450 litres d'engrais.
 - Retrouver ce résultat par le calcul.

Problème

12 points

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 30]$ par :

$$f(x) = -2x^3 + 60x^2 + 2 000.$$

- On note f' la dérivée de f . Calculer $f'(x)$ pour x appartenant à $[0; 30]$.
- Vérifier que $f'(x) = 6x(20 - x)$ pour x appartenant à $[0; 30]$, puis étudier le signe de f' .
Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0; 30]$.
- Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	2	5	10	15	20	25	30
$f(x)$								

- Tracer la courbe \mathcal{C} représentative de f dans un repère orthogonal d'unités graphiques :
en abscisses : 1 cm pour 2 unités
en ordonnées : 1 cm pour 1 000 unités.
- Tracer dans le même repère la droite \mathcal{D} d'équation $y = 150x + 4 500$.

6. Déterminer graphiquement les coordonnées des points d'intersection de la courbe \mathcal{C} et de la droite \mathcal{D} .

Partie B

Le club de théâtre du Lycée Louis XIV a loué une grande salle de spectacle et organise une représentation de « Ubu Roi » d'Alfred Jarry.

Le prix de location de la salle est 4 500 F.

Il espère avoir un maximum de spectateurs parmi la population des environs, aussi il décide de faire passer des messages publicitaires sur la radio locale.

Soit x le nombre de jours de publicité. Pour x compris entre 0 et 20, la recette prévue est donnée par $f(x)$ où f est la fonction définie dans la partie A.

Chaque jour de publicité est facturé 150 F.

1. On fait un calcul sur 20 jours de publicité.
 - a. Quelle est la recette prévisible?
 - b. Calculer les frais engagés : publicité et location.
 - c. Calculer le bénéfice dans le cas où la recette est conforme à la prévision.
2. Quel est le bénéfice si on prévoit 5 jours de publicité?
3. Établir la formule donnant, en fonction du nombre x de jours de publicité, le montant total des frais engagés $C(x)$.
4. Combien de jours de publicité au minimum faut-il envisager pour que le bénéfice prévisible soit positif ou nul?