Baccalauréat STG —Mercatique, CFE, GSI
Antilles-Guyane 13 septembre 2013 correction

EXERCICE 1 — 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, quatre réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque bonne réponse rapporte un point. Aucun point n'est enlevé pour une absence de réponse ou pour une réponse inexacte.

Le 1^er^ janvier 2000, Gilbert hérite de 3 500 €. Il décide de placer cette somme sur un compte épargne à intérêts composés au taux d'intérêts annuel de 2,4 %.
Pour tout n entier naturel, on note u_n la somme disponible sur le compte de Gilbert au 1^er^ janvier de l'année $(2000 + n)$. Ainsi, on a $u_0 = 3500$.
Gilbert utilise une feuille de calcul af afin de déterminer les montants dont il disposera chaque année et le taux d'évolution global par rapport à l'année 2000, Un extrait de cette feuille de calcul est donné ci-dessous.

	A	B	C
1	Rang n	Épargne disponible	Taux d'évolution par rapport à l'an 2000
2	0	3 500	
3	1	3 584	0,024 0
4	2	3 670,02	0,048 6
5	3	3 758,10	0,073 7
6	4	3 848,29	0,099 5
7	5	3 940,65	0,125 9
8	6	4 035,23	0,152 9
9	7	4 132,07	0,180 6
10	8	4 231,24	0,208 9

1. La suite (u_n) est une suite :

a. ~~arithmétique de raison 84~~ **b.** ~~géométrique de raison 2,4~~
c. géométrique de raison 1,024 **d.** ~~géométrique de raison 0,024~~

2. Parmi les formules suivantes pour la cellule B3, laquelle permet d'obtenir les résultats de la colonne B par recopie automatique vers le bas ?

a. ~~=3500* 1,024~~ **b.** =B2*1,024
c. ~~=3500*1,024^A2~~ **d.** ~~=B$2*1,024~~

3. Parmi les formules suivantes pour la cellule C3, laquelle permet d'obtenir les résultats de la colonne C par recopie automatique vers le bas ?

a. ~~=B3-B2/B2~~ **b.** =(B3-$B$2)/$B$2
c. ~~=(B3-B2)/B2~~ **d.** ~~=B3/$B$2~~

4. À partir de quelle année l'épargne de Gilbert dépassera-t-elle 5 000 € ?

a. ~~2014~~ **b.** 2016
c. ~~2018~~ **d.** ~~2020~~

EXERCICE 2 — 4 points

Une boîte de biscuits contient 80 biscuits d'aspect identique.
On sait que, dans cette boîte :

- 40 biscuits sont à la vanille, 24 biscuits sont à l'orange et les biscuits restants sont à la noix de coco ;
- 60 % des biscuits à la vanille contiennent des pépites de chocolat ;
- 25 % des biscuits à l'orange contiennent des pépites de chocolat ;
- Aucun biscuit à la noix de coco ne contient de pépites de chocolat.

La boite étant pleine, on choisit au hasard un biscuit dans la boîte. On admet que chaque biscuit a la même probabilité d'être choisi.
On définit les évènements suivants :
V : « le biscuit choisi est un biscuit à la vanille » ; $p(V) = \dfrac{40}{80} = 0,5$;
O : « le biscuit choisi est un biscuit à l'orange » ; $p(O) = \dfrac{24}{80} = 0,3$;
N : « le biscuit choisi est un biscuit à la noix de coco » ;
C : « le biscuit choisi contient des pépites de chocolat ».
Pour tout évènement A, on note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A et $p(A)$ la probabilité que l'évènement A soit réalisé.
Dans les questions suivantes, les probabilités seront données sous forme décimale.

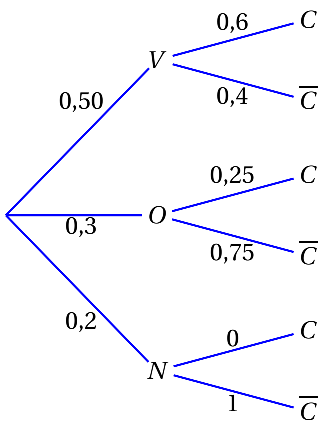
1. Justifions que la probabilité que l'on choisisse un biscuit à la noix de coco est égale à $0,2$.

   La somme des probabilités de tous les évènements élémentaires est égale à 1. $p(V) + p(O) + p(N) = 1$

   $p(N) = 1 - \big(p(O) + p(V)\big) \quad p(N) = 1 - (0,5 + 0,3) = 0,2$

   la probabilité que l'on choisisse un biscuit à la noix de coco est égale à $0,2$.

2. Complétons l'arbre pondéré représentant la situation.



3. l'évènement $V \cap C$ est l'évènement : « le biscuit choisi est un biscuit à la vanille et il contient des pépites de chocolat ».

   Calculons sa probabilité. $p(V \cap C) = p(V) \times p_V(C) = 0,5 \times 0,6 = 0,3$.

4. Montrons que : $p(C) = 0,375$.

   $p(C) = p(V) \times p_V(C) + p(O) \times p_O(C) + p(N) \times p_N(C) = 0,3 + 0,3 \times 0,25 + 0,2 \times 0 = 0,3 + 0,075 = 0,375$.

   Nous obtenons bien le résultat attendu.

5. On a choisi un biscuit contenant des pépites de chocolat. La probabilité que ce soit un biscuit à la vanille est notée $p_C(V)$.

   $p_C(V) = \dfrac{p(V \cap C)}{p(C)} = \dfrac{0,3}{0,375} = 0,8$.

EXERCICE 3 — 6 points

La consommation de produits issus de l'agriculture biologique est en hausse depuis plusieurs années. Le tableau ci-dessous donne l'évolution du chiffre d'affaires de la consommation alimentaire biologique en France de 2005 à 2010, en millions d'euros.

Année	2005	2007	2008	2009	2010
Rang (x_i)	0	2	3	4	5
Chiffre d'affaires (y_i) (en millions d'euros)	1 564	2 069	2 561	3 055	3 385

Source : Évaluation de la consommation alimentaire biologique - Agence BIO / ANDi

Les parties A et B suivantes sont indépendantes.

Partie A

Premier modèle : évolution annuelle moyenne

1. À l'aide du tableau précédent, déterminons le taux d'évolution global du chiffre d'affaires de la consommation alimentaire biologique entre 2005 et 2010,

   Le taux d'évolution T est défini par $T = \dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$.

   $T = \dfrac{3\,385 - 1\,564}{1\,564} \approx 1{,}164\,322$.

   Le taux global d'augmentation, arrondi à 0,1 % est de 116,4 %.

2. Déterminons que le taux d'évolution annuel moyen du chiffre d'affaires de la consommation alimentaire biologique entre 2005 et 2010 est d'environ 16,7 %.

   Soient T le taux d'évolution global et t_m le taux d'évolution moyen.

   Le coefficient multiplicateur global est $1 + T$ d'une part et $(1 + t_m)^5$ car le chiffre d'affaires de la consommation alimentaire biologique a, entre 2005 et 2010, subi 5 évolutions d'où $t_m = (1 + T)^{\frac{1}{5}} - 1$, $t_m = (2{,}164)^{\frac{1}{5}} - 1 \approx 0{,}166\,948$.

   Arrondi à 0,1 %, le taux moyen d'évolution entre 2005 et 2010 est bien de 16,7 %.

3. On suppose que le taux d'évolution annuel moyen du chiffre d'affaires reste le même jusqu'en 2013. Estimons le chiffre d'affaires prévisible en 2013, arrondi au million d'euros.

   Chaque année le chifffre d'affaires est multiplié par 1,167. Entre 2010 et 2013 il y a trois évolutions, le chiffre d'affaires de 2010 a donc été multiplié par $(1{,}167)^3$.

   $3\,385 \times (1{,}167)^3 \approx 5\,379{,}86$.

   Nous pouvons estimer le chiffre d'affaires arrondi au million, en 2013 à 5 380 euros.

Partie B

Second modèle : ajustement affine
Le nuage de points associé à cette série statistique à deux variables est représenté dans un repère orthogonal en annexe 2.

1. Déterminons les coordonnées du point moyen G du nuage.

   Les coordonnées de G sont $(\overline{x}\,;\,\overline{y})$

   $$\overline{x}_G = \frac{0+2+3+4+5}{5} = 2{,}8 \qquad \overline{y}_G = \frac{1\,564+2\,069+2\,561+3\,055+3\,385}{5} = 2\,526{,}8$$

   G (2,8 ; 2 526,8) est placé sur le graphique.

2. À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite D, droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est $y = 377{,}76x + 1\,469{,}08$. Les coefficients sont arrondis au centième.

3. Dans cette question, on prend pour équation de la droite D : $y = 378x + 1\,470$.

   a. La droite D est tracée dans le repère fourni en annexe 2.

   b. En utilisant cet ajustement, estimons le chiffre d'affaires de la consommation alimentaire biologique en France en 2013. Pour ce faire, calculons l'ordonnée du point de la droite D d'abscisse 8 correspondant au rang de l'année 2013. $y = 378 \times 8 + 1\,470 = 4\,494$.

   Le chiffre d'affaires de la consommation alimentaire biologique en France en 2013 serait d'environ 4 494 millions d'euros.

EXERCICE 4 **6 points**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[10\,;\,75]$ par :

$$f(x) = -0.5x^2 + 55x + 500 - 450\ln(x).$$

1. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle [10 ; 75] et on note f' sa fonction dérivée.

$f'(x) = -0,5(2x) + 55 - 450 \times \dfrac{1}{x} = -x + 55 - \dfrac{450}{x} = \dfrac{-x^2 + 55x - 450}{x}$.

Montrons que pour tout réel x de l'intervalle [10 ; 75], on a $f'(x) = \dfrac{(x-10)(45-x)}{x}$. Développons (x - 10)(x - 45).

$(x-10)(45-x) = -x^2 + 10x + 45x - 450$. Les numérateurs et dénominateurs étant égaux, nous pouvons écrire que $f'(x) = \dfrac{(x-10)(45-x)}{x}$.

2. Étudions le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [10 ; 75].

Pour $x \in]10\,;\,75]$ $\quad x - 10 > 0$ et $x > 0$ par conséquent sur cet intervalle, le signe de $f'(x)$ est celui de $45 - x$.

Sur $\mathbb{R}$, $45 - x > 0 \iff x < 45$. Par conséquent si $x \in [10\,;\,45[$, $f'x) \geqslant 0$, si $x \in]45\,;\,75]$, $f'(x) < 0$.

étudions les variations de la fonction f.

Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I. $f'(x) < 0$ pour $x \in]45\,;\,75]$ par conséquent, f est strictement décroissante sur cet intervalle.

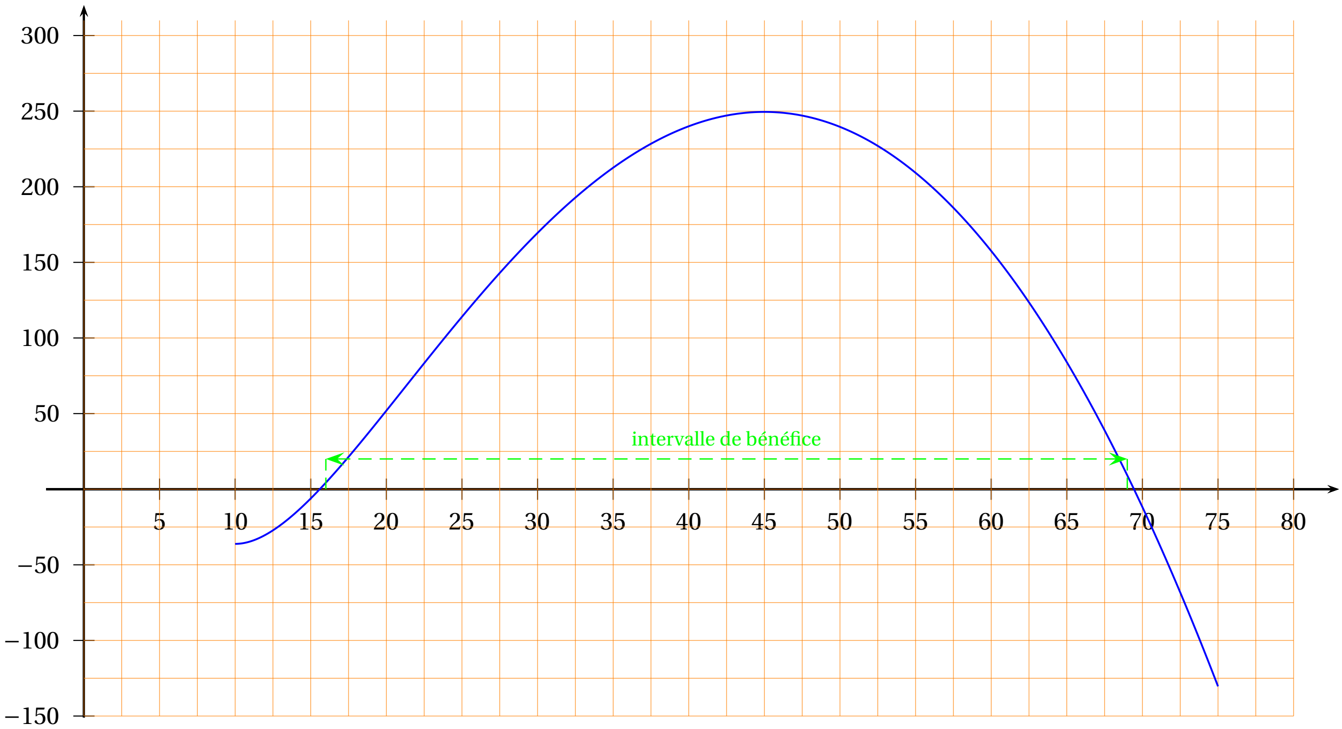
Si pour tout $x \in I$, $f'(x) \geqslant 0$ alors f est croissante sur I. $f'(x) \geqslant 0$ pour $x \in [10\,;\,45]$ par conséquent f est croissante sur cet intervalle.

remarque *Sur cet intervalle, $f'(x)$ s'annule en une seule valeur, nous pourrions conclure à la stricte croissance de f*

3. Complétons le tableau de valeurs suivant (on arrondira les résultats au dixième) :

x	10	15	25	35	45	55	65	70	75
$f(x)$	$-36,2$	$-6,1$	114,0	212,6	249,5	209,2	84,0	$-11,8$	$-130,4$

4. La courbe représentative de la fonction f est tracée ci-dessous.



L'entreprise de Monsieur Lou produit des lampadaires pour l'éclairage public.
Pour des raisons techniques, la production journalière de lampadaires est toujours comprise entre 10 et 75 lampadaires.
Pour x lampadaires produits, x appartenant à l'intervalle [10 ; 75], le bénéfice réalisé par l'entreprise en dizaines d'euros est égal à $f(x)$.

5. À l'aide de la courbe représentative de la fonction f et avec la précision permise par le graphique, déterminons pour quelles quantités de lampadaires l'entreprise de Monsieur Lou est bénéficiaire.

L'entreprise est bénéficiaire lorsque la courbe est tracée dans le demi-plan des y positifs. La courbe coupe l'axe des abscisses en 15,5 ou en 69,5. L'entreprise sera bénéficiaire lorsque x appartient à l'intervalle $[16\,;\,69]$, x devant être un nombre entier.

6. En utilisant le sens de variation de la fonction f, celle-ci admet un maximum pour x valant 45. En dizaines d'euros, le bénéfice est $f(45)$. Le bénéfice maximal réalisé par l'entreprise, à l'euro près est 2 495 euros, obtenu lorsqu'elle fabrique 45 lampadaires.

ANNEXE 2
À rendre avec la copie

EXERCICE 3

Chiffre d'affaires de la consommation alimentaire biologique en France, en millions d'euros, de 2005 à 2010