

⌘ Baccalauréat STT Métropole ⌘

A. C. C. – A. C. A. septembre 1998

Durée : 2 heures

Exercice

8 points

Une loterie comporte 300 billets qui ont tous été vendus. Chaque billet porte 3 cases à gratter :

- 200 billets font apparaître après grattage la mention PERDU;
- les 100 autres billets sont numérotés de 001 à 100, avec un chiffre par case.

Le numéro 013 gagne un vélo à 990 F; le numéro 007 gagne un baladeur à 290 F; les numéros terminés par le chiffre 0 gagnent 100 F; ceux terminés par le chiffre 5 gagnent 50 F.

L'imprimeur facture 250 F la série de 100 billets numérotés et 1 F par billet marqué PERDU.

1. Donner le nombre de billets se terminant par le chiffre 0, le nombre de billets se terminant par le chiffre 5.
2. Quelle est la valeur totale des lots mis en jeu? En déduire la dépense totale pour l'organisateur de la loterie.
3. Le prix d'un billet est fixé à 25 F. Tous les lots ont été réclamés. Quel est le bénéfice de la loterie?
4. Pierre a acheté un billet pris au hasard parmi les 300 billets.
 - a. Quelle est la probabilité qu'il gagne un lot de valeur supérieure ou égale à 100 F?
 - b. Il gratte la case centrale : le chiffre 0 apparaît. Il déclare alors : « J'ai maintenant 2 chances sur 10 de gagner quelque chose ».
Est-ce vrai ou faux? Justifier cette réponse en utilisant la liste possible de tous les billets avec le chiffre 0 dans la case centrale.

Problème

12 points

Le but de ce problème est d'étudier le bénéfice réalisé chaque jour par un artisan en fonction de la production.

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthogonal du plan. On choisira sur l'axe des abscisses 1 cm pour 1 unité, en commençant la graduation à 10. Sur l'axe des ordonnées 1 cm représente 100 francs.

Partie A

Soit B la fonction définie sur l'intervalle $[10; 25]$ par

$$B(x) = -x^3 + 30x^2 - 153x.$$

1. Déterminer la fonction dérivée B' de la fonction B .

Vérifier que

$$B'(x) = 3(x-3)(17-x).$$

2. Étudier le signe de la fonction B' sur l'intervalle $[10; 25]$. En déduire le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[10; 25]$.
3. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	10	15	20	23	25
$B(x)$					

Placer dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ les points correspondant à ce tableau puis tracer la courbe représentative de la fonction B .

Partie B

Un artisan a observé que pour un produit donné, le coût total C , en francs, de sa production varie en fonction de la quantité x de pièces produites chaque jour, de la façon suivante :

$$C(x) = x^3 - 30x^2 + 400x.$$

x est un entier compris entre 10 et 25.

L'artisan vend les pièces fabriquées au prix unitaire de 247 francs.

1. Quel est le prix de vente de x pièces?
2. Montrer que le bénéfice réalisé pour x pièces fabriquées et vendues est $B(x)$, où B est la fonction étudiée dans la partie A.
3. Pour combien de pièces fabriquées et vendues l'artisan réalise-t-il un bénéfice maximal?
4. Quel est ce bénéfice maximum?
Quel est le bénéfice réalisé alors sur une pièce vendue?
5. Par lecture graphique, déterminer le nombre de pièces que doit vendre l'artisan s'il veut gagner au moins 1 000 F.