∽ Baccalauréat STT Métropole ∽
Comptabilité et gestion – Informatique et gestion juin 1998

Durée : 3 heures

Exercice 1 **5 points**

Soit P la fonction polynôme, définie sur $\mathbb{R}$ par

$$P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 11x - 6.$$

1. Montrer que : $P(x) = (2x+1)\left(x^2 + x - 6\right)$.

Résoudre l'équation $P(x) = 0$.

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

a. $2(\ln x)^3 + 3(\ln x)^2 - 11(\ln x) - 6 = 0$.

b. $2\mathrm{e}^{2x} + 3\mathrm{e}^{x} - 11 - 6\mathrm{e}^{-x} = 0$.

Exercice 2 **5 points**

Le tableau suivant montre l'évolution annuelle du prix, en francs, du m^2 habitable, dans une grande ville française.

Année	1988	1989	1990	1991	1992	19932	1994	1995	1996	1997
Prix	11 700	11 000	11 000	10 500	10 200	10 000	9 500	9 200	9 000	8 800

1. Construire, dans un repère orthogonal, le nuage de points associé à ce tableau statistique.

On prendra comme unités :

En abscisse : 1 cm pour une année en commençant à 1988. En ordonnée : 1 cm pour 500 F, en commençant à 6 500 F.

2. a. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points et placer G sur le graphique.

b. Calculer les coordonnées du point moyen G_1 associé aux années allant de 1988 à 1992, puis celles du point moyen G_2, associé aux années allant de 1993 à 1997.

c. Placer G_1 et G_2 dans le graphique précédent puis déterminer une équation de la droite (G_1G_2).

3. On admet que la droite (G_1G_2) réalise un ajustement convenable du nuage et que l'évolution du prix du m^2 habitable reste la même les années suivantes.

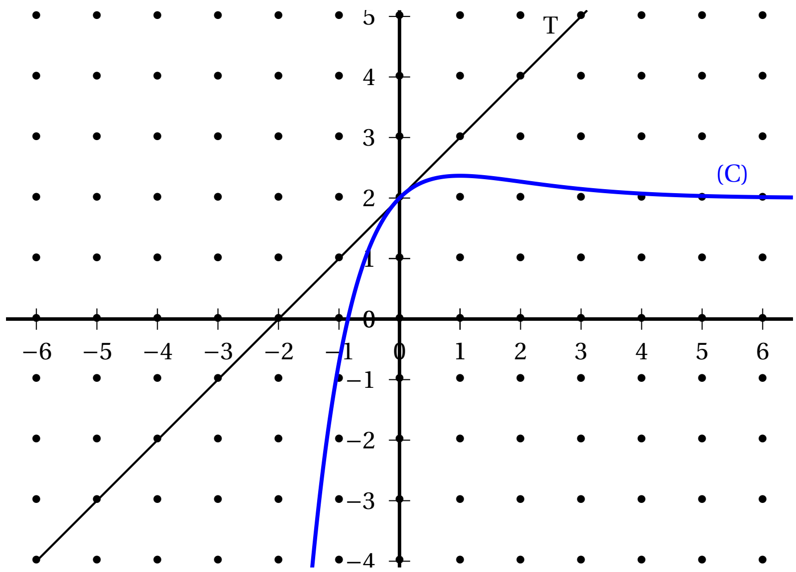
Déterminer alors le prix du m^2 en l'an 2000.

Problème **10 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormal. (Unité graphique : 1 cm)
La courbe (C) représentée ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = a + bx\mathrm{e}^{-x}$$

où a et b sont deux réels.
La droite (T) est la tangente à la courbe (C) au point d'abscisse 0.



La partie A est, dans une large mesure, indépendante de la partie B

A - Expression de f

1. Calculer l'expression de $f'(x)$ en fonction de a et b.
2. Lire sur le graphique $f(0)$ et $f'(0)$.
3. Déduire de 1. et 2. la valeur de a et celle de b.

Dans la suite du problème on prend $f(x) = 2 + x\mathrm{e}^{-x}$.

B - Variation de f

1. Montrer que, pour tout réel x, $f'(x) = \mathrm{e}^{-x}(1 - x)$.
   Étudier le signe de $f'(x)$. En déduire les variations de f.
2. Déterminer, en justifiant vos calculs, la limite de f en $-\infty$.
3. Déterminer, en justifiant vos calculs, la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.
   (On rappelle que $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{x} = +\infty$).
4. Donner le tableau de variation de f.

C - Calcul d'une aire

1. Démontrer que la fonction G définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$G(x) = -(x+1)\mathrm{e}^{-x}$$
   est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x\mathrm{e}^{-x}$.
   En déduire une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. Déterminer l'aire de la portion de plan comprise entre la courbe (C), l'axe des abscisses, les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$.
   On donnera d'abord la valeur exacte de cette aire puis une valeur arrondie à deux décimales.