

∞ Baccalauréat STT C.G.–I.G. ∞
Métropole juin 1999

Exercice 1

5 points

Un club de loisirs organise une sortie à laquelle participeront cent personnes. Pour la pause du matin le responsable de la journée prévoit d'emporter au moins deux croissants par personne, au moins deux confiseries par personne et au moins cent cinquante boissons.

Un premier fournisseur lui propose des lots A comprenant trois croissants, une confiserie et une boisson pour un prix de trente francs.

Un second fournisseur lui propose des lots B comprenant un croissant, deux confiseries et une boisson pour un prix de vingt-cinq francs.

On se propose de déterminer le nombre x de lots A et le nombre y de lots B à acheter pour que le coût soit minimum.

1. Traduire les contraintes sous la forme d'inéquations portant sur x et y .
2. À tout couple $(x ; y)$ de nombres réels, on associe le point M de coordonnées $(x ; y)$ dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) ; (on choisira un cm pour dix unités).

Déterminer graphiquement l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées vérifient le système :

$$\begin{cases} x & \geq 0 \\ y & \geq 0 \\ 3x + y & \geq 200 \\ x + 2y & \geq 200 \\ x + y & \geq 150 \end{cases}$$

Hachurer la partie du plan qui ne convient pas.

3.
 - a. Exprimer en fonction de x et y la dépense occasionnée par l'achat de x lots A et de y lots B.
 - b. Tracer dans le repère précédent la droite correspondant à une dépense de 4950 francs.
 - c. Déterminer graphiquement le nombre de lots A et de lots B à acheter pour que la dépense soit minimale.
Quelle est cette dépense ?

Exercice 2

5 points

Un sac contient cinq boules, indiscernables au toucher, portant respectivement les nombres 1, 2, 3, 4 et 5.

On tire une boule du sac ; on lit le nombre inscrit sur cette boule et on la remet dans le sac. On répète cette opération une deuxième fois.

Déterminer le nombre de tirages possibles.

Déterminer la probabilité des événements suivants :

A : « la somme des 2 nombres lus est égale à 10 »

B : « la somme des 2 nombres lus est égale à 1 »

C : « la somme des 2 nombres lus est égale à 6 »

D : « la même boule est tirée deux fois de suite »

Problème

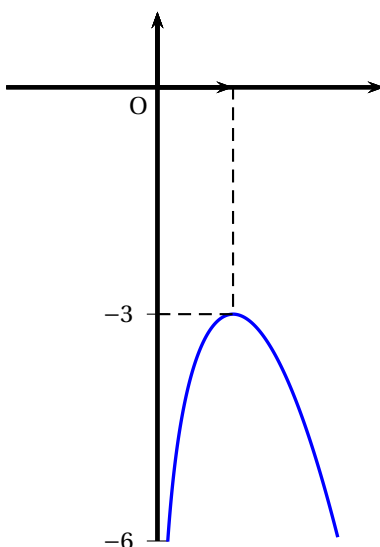
10 points

Partie A

On considère la fonction g définie sur $]0 ; +\infty[$ par

$$g(x) = -x^2 - 2 + 2 \ln x$$

dont on donne ci-dessous la représentation graphique.



Par lecture graphique :

1. donner le tableau de variations de g ,
2. déterminer le signe de $g(x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$.

Partie B

e Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par

$$f(x) = -x + 5 - 2 \frac{\ln x}{x}.$$

On désigne par C sa courbe représentative dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité graphique : 1 cm).

1. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.
2. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers 0.
3. a. Calculer la dérivée f' de f .
b. Vérifier que pour tout x de $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
c. En déduire le signe de f' , puis le tableau de variations de f .
4. Tracer C dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
On précisera les valeurs décimales approchées de $f(x)$ à 0,01 près pour les valeurs entières de x allant de 1 à 10 inclus.
5. Soit h la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par

$$h(x) = (\ln x)^2.$$

Calculer la dérivée de h . En déduire une primitive F de f sur $]0; +\infty[$.

6. Mettre en évidence sur le dessin la partie E du plan limitée par la courbe C , les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$, et l'axe des abscisses.
Calculer l'aire de E en cm^2 .
On donnera sa valeur exacte, puis une valeur décimale approchée à 0,01 près.