# Baccalauréat C Métropole février 1960

**I.** - 1$^{\text{er}}$ sujet (Géométrie descriptive)

Un plan P quelconque est déterminé par une horizontale et une frontale. Un point $(a,\ a')$ est situé hors du plan.
Déterminer la distance de ce point au plan P.

**I.** - 2$^{\text{e}}$ sujet

Établir les formules de transformation en produits de la somme et de la différence de deux sinus et de deux cosinus.
*Application* : Résoudre l'équation

$$\cos x + \cos 3x = \sin x + \sin 5x.$$

Placer sur le cercle trigonométrique les extrémités des arcs correspondant aux solutions trouvées.

**I.** - 3$^{\text{e}}$ sujet

Discuter, selon les valeurs de $m$, le nombre des racines de l'équation

$$\cos x + \sqrt{3} \sin x = m.$$

Déterminer effectivement ces racines pour $m = -\sqrt{2}$ et placer sur le cercle trigonométrique les extrémités des arcs correspondants.

**II.**

* Le plan étant rapporté à deux axes de coordonnées rectangulaires $x'\text{O}x$, $y'\text{O}y$ et $R$ désignant une longueur donnée, on donne les points fixes A, B, de $x'\text{O}x$, d'abscisses respectives $\overline{\text{OA}} = -R$, $\overline{\text{OB}} = R$, et le point fixe C de O$y$ d'ordonnée $\overline{\text{OC}} = R$ ; on désigne par $(C)$ le cercle de centre C et de rayon $R$.
Un point $M$ variable décrit le cercle $(C)$. Sa position est définie par l'angle de vecteurs

$$\left(\overrightarrow{\text{CO}},\ \overrightarrow{\text{C}M}\right) = \varphi,$$

l'orientation du plan étant choisie de manière que $(\text{O}x,\ \text{O}y) = +\dfrac{\pi}{2}$.
On désigne par $H$ le pied de la perpendiculaire abaissée de $M$ sur $x'\text{O}x$.

1. **a.** Calculer en fonction de $\varphi$ les quantités O$H$, $HM$ et en déduire l'expression de

$$y = \frac{M\text{A}^2 - M\text{B}^2}{M\text{A}^2 + M\text{B}^2}$$

   **b.** On pose $x = \text{tg}\,\dfrac{\varphi}{2}$. Exprimer $y$ au moyen de $x$.

   **c.** Étudier les variations de la fonction

$$y = \frac{4x}{5x^2 + 1}$$

   quand $x$ varie de $-\infty$ à $+\infty$, et construire la courbe représentative, $(\Gamma)$. (On pourra prendre comme unité de longueur, sur chacun des axes : 1 unité = 5 centimètres.)

2. Exprimer $y$ au moyen de $\dfrac{M\text{A}}{M\text{B}} = \lambda$.

   Utiliser la courbe $(\Gamma)$ pour discuter le nombre des points $M$ de $(C)$ tels que : $\dfrac{M\text{A}}{M\text{B}} = \lambda$ où $\lambda$ désigne un nombre positif donné.

**3. a.** On suppose que $\lambda$ est un nombre positif donné, différent de l'unité, et l'on marque les points I et J de $x'\mathrm{O}x$ respectivement définis par

$$\frac{\overline{JA}}{\overline{JB}} = -\frac{\overline{IA}}{\overline{IB}} = \lambda.$$

Soit L le cercle de diamètre IJ. Montrer que la puissance d'un point fixe quelconque de $y'y$ par rapport à L est indépendante de $\lambda$ et exprimer cette puissance au moyen de l'ordonnée $y$ de ce point.

**b.** Utiliser le cercle L pour construire les points $M$ de $(C)$ satisfaisant à : $\dfrac{M\mathrm{A}}{M\mathrm{B}} = \lambda$.

Dans le cas où ce problème admet deux solutions, $M_1$ et $M_2$ montrer que la droite $M_1M_2$ passe par un point fixe S indépendant de $\lambda$, que l'on déterminera exactement.

Quel est le lieu, lorsque $\lambda$ varie, du point d'intersection des tangentes en $M_1$ et $M_2$ au cercle $(C)$ ? Retrouver les valeurs de $\lambda$ pour lesquelles le problème étudié au 2. admet une solution double.

**N. B.** - Les trois parties de ce problème peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.