

∞ Baccalauréat ES Métropole juin 2001 ∞

EXERCICE 1

4 points

Commun à tous les candidats

Une université propose aux étudiants trois orientations et trois seulement : une filière A, une filière B et une filière C. Chaque étudiant de l'université est inscrit dans une des trois filières et une seule.

Les effectifs de la filière A sont le double de ceux de la filière B.

Les effectifs de la filière B sont le triple de ceux de la filière C.

On sait de plus que :

20 % des étudiants de la filière A sont des filles ;

30 % des étudiants de la filière B sont des filles ;

40 % des étudiants de la filière C sont des filles.

On choisit au hasard un étudiant de cette université.

On note A l'évènement « L'étudiant est inscrit dans la filière A ». De même pour B et C .

On note F l'évènement « L'étudiant est une fille » ;

G l'évènement : « L'étudiant est un garçon ».

1. Calculer les probabilités des évènements A , B , C ; on vérifiera que $p(B) = 0,3$.
2. Calculer la probabilité que l'étudiant soit inscrit dans la filière A et soit une fille.
Montrer que $p(F) = 0,25$.
3. Calculer la probabilité que l'étudiant soit inscrit dans la filière A sachant que c'est une fille.
4. L'étudiant, choisi au hasard, n'est pas inscrit dans la filière A. Calculer alors la probabilité que ce soit une fille.

EXERCICE 2

5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le prix de vente des terrains à bâtir dans la même commune rurale est donné par le tableau suivant :

Année	1980	1985	1987	1990	1995	1997	2000
Rang de l'année x_i	0	5	7	10	15	17	20
Prix du m ² en francs y_i	58,8	60,9	62,1	67,5	71,7	73	73,8

1. Quelle est, en pourcentage, l'augmentation du prix du m² entre 1980 et 2000 ?
2. Représenter le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$ dans un repère orthogonal où 5 cm représentent 10 ans en abscisse, 5 cm représentent 10 francs en ordonnée.
3. Déterminer le point moyen G du nuage et le placer sur le graphique.
4. Donner le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i ; y_i)$ à 0,01 près.
On considère que ce coefficient justifie un ajustement affine par la méthode des moindres carrés. Écrire une équation de la droite d'ajustement affine de y en x , notée (D) (les coefficients sont arrondis à 0,01).
Tracer (D).
5. Estimer à 1 millier de francs près le prix d'un terrain de 1 500 m² en 2003.

EXERCICE 2

5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un club de sport propose deux types d'abonnement non permutables.

Formule A : une cotisation annuelle de 500 F à laquelle s'ajoute la première année seulement un droit d'entrée de 10 000 F.

Formule B : une cotisation annuelle initiale de 1 000 F qui augmente de 10% par an. Dès la seconde année, pour fidéliser la clientèle, on effectue une réduction de 50 F sur la cotisation annuelle. Si C_n , est le montant, exprimé en francs, de la cotisation annuelle la n -ième année, on a $C_1 = 1000$, et pour tout entier n supérieur ou égal à 1, on a $C_{n+1} = 1,1C_n - 50$.

1. Déterminer la somme T_n versée au club de sport par membre pendant n années avec la formule A.
2. Soit (D_n) la suite définie pour tout entier n supérieur ou égal à 1 par $D_n = C_n + \alpha$ où α est un réel.
Déterminer le réel α pour que la suite (D_n) soit une suite géométrique de raison 1,1 et préciser le terme initial de la suite.
3. On suppose dans cette question que $\alpha = -500$.
 - a. Exprimer D_n puis C_n en fonction de n .
 - b. Soit S_n la somme versée au club par un membre pendant n années avec la formule B.
Montrer que $S_n = 5000[(1,1)^n - 1] + 500n$.
 - c. Quel nombre minimum d'années un membre doit-il cotiser pour que la formule A soit plus avantageuse que la formule B?

PROBLÈME**11 points**

On donne les fonctions f et g , définies sur $[1; +\infty[$ par :

$$f(x) = 1,1x + \ln x - \ln(x+1), \quad g(x) = 1,1x + \frac{1}{x}.$$

On désigne par (\mathcal{C}) et (\mathcal{C}') leurs courbes représentatives respectives dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

Partie A

1. Étudier les variations de f sur $[1; +\infty[$.
Trouver la limite en $+\infty$ de $\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$.
En déduire la limite de f en $+\infty$.
2. Montrer que la droite (D) d'équation $y = 1,1x$ est une asymptote de la courbe (\mathcal{C}) . Étudier la position de (\mathcal{C}) par rapport à (D).
3. Tracer (\mathcal{C}) et (D).

Partie B

1. Étudier les variations de g sur $[1; +\infty[$ et la limite de g en $+\infty$.
2. Vérifier que la droite (D) est une asymptote de la courbe (\mathcal{C}') .
Quelle est la position de (\mathcal{C}') par rapport à (D)?
3. Tracer (\mathcal{C}') dans le même repère que (\mathcal{C}) et (D).
4. On pose $H(x) = (x+1)\ln(x+1) - x\ln x$, pour tout x de $[1; +\infty[$.
Calculer $H'(x)$; en déduire une primitive sur $[1; +\infty[$ de la fonction $i : x \mapsto g(x) - f(x)$.
5. Calculer l'intégrale $\int_1^5 [g(x) - f(x)] dx$.
En donner une interprétation graphique.

Partie C

Les fonctions f et g données plus haut modélisent respectivement la quantité d'objets produits par une entreprise et la quantité d'objets commandés à cette entreprise.

Plus précisément, si t est la date exprimée en semaines, $f(t)$ est la quantité d'objets produits à la date t en milliers et $g(t)$ la quantité d'objets commandés à cette même date en milliers.

1. Lorsque l'on a $f(t) > g(t)$, on dit que « la demande est satisfaite à la date t ».
Démontrer que la demande n'est jamais satisfaite.
2. On admet que le nombre total d'objets, en milliers, dont la demande n'est pas satisfaite entre les dates n et n' avec $n' > n$ est donné par $\int_n^{n'} [g(t) - f(t)] dt$.
Donner, à un objet près, le nombre total d'objets dont la demande n'est pas satisfaite entre les dates 1 et 5.
3. On considère que « le niveau de fabrication est suffisant » lorsque moins de 20 demandes d'objets ne sont pas satisfaites, c'est-à-dire lorsque l'on a : $g(t) - f(t) < 0,02$.
En admettant que $g - f$ est une fonction strictement décroissante sur $[1 ; +\infty[$, à partir de quelle date le niveau de fabrication est-il suffisant ?