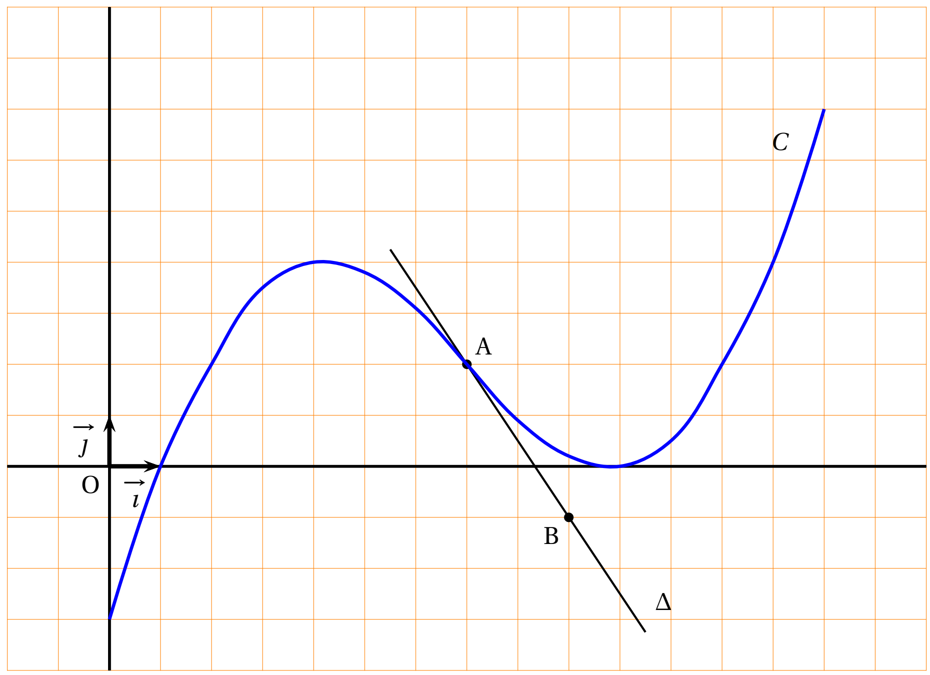
# Baccalauréat ES Métropole septembre 1996

**Exercice 1** **4 points**

**Commun à tous les candidats**

On considère une fonction définie et dérivable sur $I = [0 ; 14]$. Sa représentation graphique est la courbe $\mathcal{C}$ ci-dessous. Elle passe par le point $A(7 ; 2)$, et la tangente en A à $\mathcal{C}$ est la droite $\Delta$ qui passe par le point $B(9 ; -1)$.




Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Par lecture graphique :
   a. Dresser le tableau de variation de $f$.
   Indiquer le signe de $f'(x)$ sur I.
   b. Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -2$ sur I.
   c. Donner l'ensemble des réels tels que : $0 \leqslant f(x) \leqslant 2$.
2. Que valent $f(7)$ et $f'(7)$ ? Écrire une équation de $\Delta$.
3. Dresser le tableau de variation de $\dfrac{1}{f}$ sur $]1 ; 10[$.

**Exercice 2** **5 points**

**Enseignement obligatoire**

Lors d'une promotion, un hypermarché vend par paquets de un kilogramme des clémentines et des oranges, en provenance de l'Union européenne (Italie, Espagne) et du Maroc.

Le nombre de kilos mis en vente est donné par le tableau suivant :

| Origine / Fruits | Italie | Espagne | Maroc |
|---|---|---|---|
| Clémentines | 100 | 250 | 200 |
| Oranges | 350 | 450 | 650 |

1. Un acheteur pressé prend au hasard un paquet de fruits. Quelle est la probabilité de chacun des événements suivants :
   **a.** Acheter des clémentines.
   **b.** Acheter italien.
2. **a.** Quelle est la probabilité $p_1$ d'acheter des clémentines, sachant que l'acheteur ne veut que des produits « européens » ?
   **b.** Quelle est la probabilité $p_2$ d'acheter « européen », sachant que des clémentines ont été choisies ?

**EXERCICE 2** **5 points**
**Enseignement de spécialité**

Un artisan fabrique des objets A et des objets B.
La réalisation d'un objet A demande 30 F de matière première et 125 F de main-d'œuvre.
La réalisation d'un objet B demande 70 F de matière première et 75 F de main-d' œuvre.
Les profits réalisés sont de 54 F par objet A, et de 45 F par objet B.
On note $x$ le nombre d'objets A fabriqués, et $y$ le nombre d'objets B fabriqués, en une journée.
La dépense journalière en matière première ne doit pas dépasser 560 F. La dépense journalière en main-d'œuvre ne doit pas dépasser 1 250 F.

1. Traduire ces deux hypothèses.
2. Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 1 cm).
   Représenter graphiquement l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ dont les coordonnées vérifient ces hypothèses.
3. Exprimer le bénéfice journalier $b$ de l'entreprise en fonction de $x$ et de $y$, puis la production journalière d'objets A et B qui assurerait un bénéfice maximum.
   On précisera, graphiquement, et par le calcul, cette production journalière.
   En déduire le montant de ce bénéfice.

**PROBLÈME** **11 points**

**Partie A**

Étude de la fonction $f$ définie dans $[-2\,;\,1]$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^{x} + 1.$$

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 4 cm). On appelle $C$ la courbe représentative de $f$ dans ce plan.

1. Étudier les variations de $f$. Dresser le tableau de ses variations.
2. Calculer :
   **a.** l'ordonnée du point A de C d'abscisse 0 ;
   **b.** les coordonnées du point B de C en lequel la tangente à C est parallèle à l'axe des abscisses.
3. Donner :
   **a.** une équation de $T_0$ tangente à $C$ en A ;
   **b.** une équation de $T_1$ tangente à $C$ en B. Déduire des questions précédentes la position de C par rapport à $T_1$ ;
   **c.** les coordonnées du point G, intersection de $T_0$ et $T_1$
4. Construire $C$.

**Partie B**

Le but de cette question est de calculer l'aire $\mathscr{A}$ de la partie du plan limitée par l'arc $\widehat{\text{AB}}$ de $C$, et les segments [BG) et [GA].
Afin de déterminer la position de $C$ par rapport à $T_0$, on va étudier au préalable la fonction $g$ définie sur $[-1\ ;\ 1]$ par

$$g(x) = f(x) - (x+1).$$

**1.** Étude des variations de $g$.

**a.** Vérifier que, pour tout $x$ de $[-1\ ;\ 1]$, $g'(x) = 2\left(\text{e}^x - 1\right)\left(\text{e}^x + \dfrac{1}{2}\right)$ (où $g'$ désigne la fonction dérivée de $g$).

**b.** Déterminer le signe de $\text{e}^x - 1$ sur $[-1\ ;\ 1]$ ; en déduire le signe de $g'(x)$.

**c.** Dresser le tableau de variation de $g$.

**d.** En déduire le signe de $g(x)$ sur $[-1\ ;\ 1]$, puis la position de $C$ par rapport à $T_0$.

**2.** Calcul de $\mathscr{A}$.

**a.** Calculer : $\displaystyle\int_{-\ln 2}^{0} f(x)\,\text{d}x$.

**b.** En déduire la valeur exacte de $\mathscr{A}$ en unités d'aire.

**c.** Donner une valeur approchée de $\mathscr{A}$ en cm$^2$ à $10^{-2}$ près par défaut.