Baccalauréat S Métropole juin 1955

I. - 1$^{\text{er}}$ sujet

Réduction d'une fraction ordinaire en fraction décimale ; condition de possibilité.

I. - 2$^{\text{e}}$ sujet

Reste de la division d'un nombre entier par 11.
Caractère de divisibilité par 11.
Preuve par 11 de la multiplication et de la division.

I. - 3$^{\text{e}}$ sujet

Démontrer que, si un nombre divise un produit de deux facteurs et est premier avec l'un d'eux, il divise l'autre.
Application à l'étude des fractions égales à une fraction donnée.

II.

Soit (π) la parabole qui, rapportée à deux axes rectangulaires Ox et Oy, a pour équation

$$y^2 = 2px \quad (p > 0).$$

Son foyer est donc le point de Ox qui a pour abscisse $\frac{p}{2}$ et sa tangente au sommet est Oy.
Soit (D) la droite d'équation $y = mx$; si m est différent de zéro, elle coupe (π) en un second point, M. La tangente en M à (π) coupe Oy en T. On mène la droite (D$'$) passant par O et perpendiculaire à MT ; elle recoupe (π) en M' et elle coupe MT en N' ; enfin la tangente en M' à (π) coupe Oy en T' et (D) en N.

1. Construire les points M et T quand on donne (D) ; montrer géométriquement que la pente m de (D) et la pente t de MT vérifient la relation $m = 2t$.
   Retrouver cette relation en utilisant l'équation de (π).
2. Démontrer les propriétés suivantes :
   a. m' étant la pente de (D'), on a $mm' = -2$;
   b. (D) est perpendiculaire à $M'T'$;
   c. quand M décrit (π), le produit $\mathrm{O}T \cdot \mathrm{O}T'$ reste constant et le cercle circonscrit au triangle FTT' passe par un second point fixe, K, que l'on précisera.
   Quel est le lieu du point H de rencontre des tangentes MT et $M'T'$?
3. Démontrer les relations

$$\overline{\mathrm{O}M}.\overline{\mathrm{O}N} = \overline{\mathrm{O}M'}.\overline{\mathrm{O}N'} = -p^2.$$

   Montrer que le lieu du point N est tangent en N au cercle de diamètre OM'.
4. Soient respectivement P et Q les points de rencontre de (D) avec la directrice (Δ) de (π) et avec le cercle (C) passant par O, centré sur Ox et tangent à (Δ). Il est clair que P et Q sont, sur (Δ), du côté des x négatifs ; montrer qu'il en est de même de N ; calculer, en fonction de p et de m, les longueurs OP, OQ, ON et vérifier que l'on a toujours

$$\mathrm{O}P > \mathrm{O}Q \,;\, \mathrm{O}P - \mathrm{O}Q = \mathrm{O}N.$$

   Comment se comporte le point N lorsque M tend vers O ?
   Quel est, par rapport à la courbe lieu de N, le rôle de la droite (Δ) ?