Baccalauréat ES Métropole groupe II bis juin 1996

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne la consommation finale d'énergie en millions de tonnes équivalent-pétrole dans différents secteur utilisateurs de 1986 à 1994, en France :

Année	1986	1988	1990	1992	1994
Rang de l'année (x_i)	1	3	5	7	9
Secteurs résidentiel et tertiaire (y_i)	71,6	74,9	78,1	83,2	86,3
$z_i = y_i - 70$	1,6	4,9	8,1	13,2	16,3
Transports (t_i)	38,7	42,1	t_5	47,5	48,3

(Source : Observatoire de l'énergie)

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i ; z_i)$.
   Le plan est rapporté à un repère orthogonal; les unités graphiques sont :
   - 2 cm par année sur l'axe des abscisses;
   - 1 cm pour 1 million de tonnes équivalent-pétrole, sur l'axe de ordonnées.
2. *Dans cette question, aucun calcul manuel n'est demandé. Les valeurs obtenues à l'aide de la calculatrice seront données sous forme décimale approchée à 10^{-2} près par défaut.*
   a. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i ; z_i)$.
   b. Écrire une équation de la droite de régression de z en x, par la méthode des moindres carrés. La tracer sur le graphique précédent.
   c. Estimer la consommation d'énergie dans les secteurs résidentiel et tertiaire en 1996.
3. On considère maintenant la série statistique $(x_i ; t_i)$; on admet que la droite de régression de t en x a pour équation :
   $$t = 1,27x + 38,04.$$
   Calculer l'ordonnée $\overline{t}$ du point moyen du nuage associé à la série double $(x_i ; t_i)$; en déduire la valeur t_5 non fournie, arrondie au dixième.

EXERCICE 2 **4 points**

Enseignement obligatoire

Un gérant de société a dépensé en 1995, pour l'achat du papier de son secrétariat, la somme de 16 000,00 F.

1. Sachant que le papier coûte 64 F les 1 000 feuilles, combien le gérant a-t-il utilisé de milliers de feuilles en 1995 ?
2. On suppose qu'au 1er janvier 1996, le prix du papier a augmenté de 5 %. On ne prévoit pas d'autre augmentation du prix du papier au cours de l'année.
   Si le gérant maintient sa dépense, quel nombre de milliers de feuilles de papier pourra-t-il acheter en 1996 ? (on arrondira le résultat à 0,1 près).
   Quel pourcentage de diminution de consommation de papier cela représentera-t-il ?
3. On suppose maintenant que le prix du papier a augmenté de n % le 1er janvier 1996. On ne prévoit pas d'autre augmentation du prix du papier au cours de l'année.
   On suppose que le gérant maintient sa dépense de papier.
   a. Montrer que le nombre de milliers de feuilles qu'il pourra acquérir en 1996 est :
   $$N = \frac{25000}{100+n}.$$

b. Calculer, en fonction de n, le pourcentage de diminution de la consommation de papier qu'il doit envisager pour 1996.

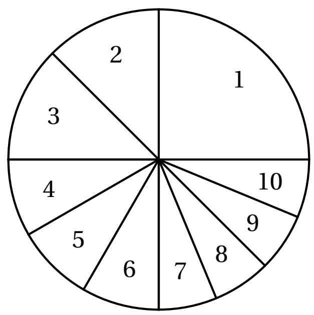
c. Le gérant ne veut pas restreindre sa consommation de papier de plus de 8 %. Quel pourcentage maximum d'augmentation n pourra-t-il supporter ?

EXERCICE 2 **4 points**

Enseignement de spécialité

Dans une fête foraine, une loterie utilise une roue circulaire tournant autour d'un axe et une flèche fixe déterminant la position d'arrêt de la roue. Cette roue est partagée en 10 secteurs tel que :

— le secteur 1 occupe le premier quart de la roue ;
— les secteurs 2 et 3 se partagent également le deuxième quart ;
— les secteurs 4, 5 et 6 se partagent également le troisième quart ;
— les secteurs 7, 8, 9 et 10 se partagent également le dernier quart.



Quand la roue est lancée, elle s'arrête de façon aléatoire, et la flèche ne peut indiquer qu'un seul secteur.

1. Le nombre n étant un entier de $[1\,;\,10]$, la probabilité pour que la flèche indique le secteur n est notée p_n.
On suppose qu'elle est proportionnelle à l'angle au centre de ce secteur.
Calculer p_1, p_2, p_4, p_7. (Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.)

2. Le jeu proposé est le suivant :
Le joueur mise une certaine somme.
Il perd sa mise si la flèche indique les secteurs 1, 2, 4 ou 7.
Sa mise lui est remboursée si la flèche indique 3, 5 ou 8.
Il gagne le double de sa mise si la flèche indique un autre secteur.

a. Montrer que la probabilité p'_1, pour que le joueur perde est égale à $\dfrac{25}{48}$, et que la probabilité p'_2 pour qu'il soit remboursé vaut $\dfrac{13}{48}$.

b. Calculer la probabilité p'_3 pour que le joueur gagne et celle p'_4 pour qu'il ne perde pas.

3. Un joueur joue 5 parties.
(Dans les questions suivantes les résultats seront arrondis à 0,001 près.)

a. Calculer la probabilité p'_5 pour qu'il gagne au moins quatre fois.

b. Calculer la probabilité p'_6 pour qu'il perde deux fois et qu'il ne perde pas trois fois.

c. Calculer la probabilité p'_7 pour qu'il gagne deux fois et qu'il ne perde pas trois fois.

PROBLÈME **4 points**

Question préliminaire

Vérifier que le nombre $\alpha = -1 + \ln 125$ est solution de l'équation (E) :

$$\mathrm{e}^{x+1} - 10^4\mathrm{e}^{-(x+1)} - 45 = 0.$$

En donner la valeur décimale approchée à 10^{-2} près par excès.
On admettra que α est la seule solution de (E).

Offre et demande

D'après une étude de marché, l'offre $f(x)$ et la demande $g(x)$ d'un produit de prix unitaire x sont telles que :

$$f(x) = 100\left(\mathrm{e}^{x+1} - 45\right);\quad g(x) = \mathrm{e}^{-(x+1)}.$$

1. Déterminer les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ et $g(x)$ sont positives ou nulles.
   On désignera par I l'intervalle trouvé; cet intervalle est dit « intervalle de validité du modèle ».
2. Déterminer la valeur x telle que $f(x) = g(x)$, appelée « prix d'équilibre ».
3. Étudier les variations de f et de g sur l'intervalle I (on précisera les limites en $+\infty$).
4. Le plan P est rapporté à un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$. Le unités graphiques sont : 2 cm pour unité sur l'axe des abscisses, et 1 cm pour 2 000 unités sur l'axe des ordonnées.
   a. Tracer les courbes représentatives de f et de g dans P.
   b. Vérifier graphiquement le prix d'équilibre trouvé à la question 2.
5. On considère la fonction E_f définie sur I par :

$$E_f = x\frac{f'(x)}{f(x)} \quad \text{(où } f' \text{ désigne la fonction dérivée de } f\text{).}$$

   Le nombre Ef (x) s'appelle « élasticité de l'offre par rapport au prix x »; on admet qu'il indique le pourcentage de variation de l'offre pour un accroissement de 1 % d'un prix x donné. $E_f(x)$ est négatif lors d'une diminution de l'offre.
   a. Calculer $E_f(x)$.
   b. On considère le prix $x = 3,8$. Pour un accroissement de 1 % de ce prix, quel est le pourcentage de variation de l'offre?