TES Baccalauréat Métropole groupe II bis juin 1997

Exercice 1 **4 points**

Le tableau ci-dessous indique le taux de départ en vacances des Français de 1965 à 1993 :

Année x_i	1965	1975	1980	1985	1990	1992	1993
Taux t_i	41	52,5	57,2	57,5	59,1	60	60,9

SOURCE : INSEE, *Tableaux de l'économie française 1994-1995*

N. B . - *Aucun détail des calculs statistiques, à effectuer à la machine, n'est demandé dans cet exercice.*

1. **a.** Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ t_i)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal :
   — sur l'axe des abscisses on placera 1965 à l'origine et on choisira 0,5 cm pour unité;
   — sur l'axe des ordonnées on placera 40 à l'origine et on choisira 1 cm pour unité.

   b. Calculer les coordonnées du point moyen G associé à cette série double et placer ce point sur le graphique précédent.
2. **a.** Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et t. Peut-on envisager un ajustement affine?

   b. Déterminer une équation de la droite de régression D de t en x par la méthode des moindres carrés : on prendra les valeurs approchées à deux décimales par excès pour les coefficients.

   c. Tracer la droite D sur le graphique de la question 1. a.
3. En supposant que l'évolution se poursuive de la même façon pour les années suivantes, donner une estimation du taux de départ en vacances de Français en l'an 2000.

Exercice 2 (obligatoire) **4 points**

Dans une usine d'automobiles, trois chaînes « a », « b » et « c » fournissent respectivement 25 %, 35 % et 40 % de la production de moteurs.
Certains de ces moteurs sont écartés comme défectueux, dans les proportions suivantes :
5 % pour la chaîne « a »;
4 % pour la chaîne « b »;
1 % pour la chaîne « c ».
On prend un moteur au hasard et on définit les évènements suivants :

A : « le moteur est issu de la chaîne "a" »;

B : « le moteur est issu de la chaîne "b" »;

C : « le moteur est issu de la chaîne "c" »;

D : « le moteur est défectueux ».

On notera $p(E)$ la probabilité d'un évènement E et $p(F/F)$ la probabilité de E sachant que F est réalisé.
Les résultats des calculs seront donnés à 10^{-4} près.

1. Traduire les données de l'énoncé en utilisant le vocabulaire des probabilités.
2. Montrer que $p(D) = 0{,}030\,5$.
3. Quelle est la probabilité qu'un moteur sorte de la chaîne « a » sachant qu'il est défectueux?
4. Calculer la probabilité qu'un moteur sorte de la chaîne « c » sachant qu'il n'est pas défectueux.

Exercice 2 (spécialité) **4 points**

Le gérant d'un hôtel souhaite renouveler le linge de toilette de son établissement. Il a besoin de 90 draps de bain, 240 serviettes et 240 gants de toilette.
Une première entreprise de vente lui propose un lot A comprenant 2 draps de bain, 4 serviettes et 8 gants de toilette pour 200 F.
Une deuxième entreprise vend pour 400 F un lot B de 3 draps de bain, 12 serviettes et 6 gants de toilette.
Pour répondre à ses besoins, le gérant achète x lots A et y lots B.

1. Traduire par un système d'inéquations les contraintes auxquelles satisfont x et y.
2. On considère un plan $\mathcal{P}$ rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$. À tout couple $(x~;~y)$ on associe le point M de $\mathcal{P}$ de coordonnées x et y, en convenant que 2 cm représentent 5 lots sur chaque axe, soit 4 mm par lot.
   Représenter dans $\mathcal{P}$ l'ensemble G des points $M(x~;~y)$ satisfaisant aux inéquations :
$$\left\{\begin{array}{l c l}
x \geqslant 0 & \text{et} & y \geqslant 0\\
2x+3y & \geqslant & 90\\
x+3y & \geqslant & 60\\
4x+3y & \geqslant & 120
\end{array}\right.$$
   On hachurera la partie du plan formée des points pour lesquels le contraintes ne sont pas vérifiées.
3. **a.** Exprimer en fonction de x et de y la dépense en francs occasionnée par l'achat de x lots A et de y lots B.
   b. Est-il possible de procéder aux achats nécessaires avec 5 000 F ? On justifiera la réponse.
4. Déterminer graphiquement, en précisant la démarche choisie, le nombres de lots A et B à acheter pour avoir une dépense minimale.
   Quelle est cette dépense minimale ?

Problème **10 points**

Ce problème est consacré à l'étude d'une fonction (partie A) et au calcul d'une intégrale (partie B).

Partie A

Soit f la fonction définie dans $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \left(2x^2+3x-3\right)\text{e}^{-x}.$$

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ - unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm ur l'axe des ordonnées.

1. **a.** Quelle est la limite de f en $-\infty$?
   b. Déterminer la limite de f en $+\infty$: on rappelle que pour tout nombre réel α positif on a $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} x^{\alpha}\text{e}^{-x} = 0$.
   Quelle est l'interprétation graphique de ce résultat ?
2. Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f.
   étudier son signe et dresser le tableau de variation de f.
3. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (on donnera pour $f(x)$ des valeurs décimales approchées à 10^{-1} près).

x	$-2,3$	$-2,2$	$-2,1$	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	1	2	4	6
$f(x)$	6,8		$-3,9$		$-13,4$		$-6,6$		0,7			0,2

4. Résoudre l'équation $f(x) = 0$. Donner une interprétation graphique du résultat.
5. Tracer la partie de la courbe composée des points d'abscisse comprise entre $-2,3$ et 6.

Partie B

Soit F la fonction définie dans $\mathbb{R}$ par :

$$F(x) = \left(-2x^2 - 7x - 4\right) \mathrm{e}^{-x}.$$

1. Vérifier que F est une primitive de f dans $\mathbb{R}$.
2. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_{-1}^{0} [-f(x)]\,\mathrm{d}x$.
   Quelle est l'interprétation graphique de ce résultat ?