

☞ Baccalauréat C Métropole juin 1962 ☞

I

On considère la fonction

$$y = \frac{4x^2 - 2x + 1}{2 - 4x}.$$

Étudier ses variations.

Montrer que sa courbe représentative admet deux asymptotes et un centre de symétrie; préciser ces éléments.

Construire cette courbe (unité : 2 centimètres sur chacun des axes),

II

On donne un axe fixe $x'x$ et un point fixe O sur cet axe.

À chaque point M du plan on associe le cercle (M) de centre M passant par O. Le diamètre de (M) parallèle à $x'x$ coupe le cercle (M) en deux points, I et I'.

1. Trouver les lieux géométriques de I et de I' lorsque M décrit un cercle (Γ) de centre O.
2. Trouver les lieux de I et de I' lorsque M décrit une droite (D) passant par O.
3. Trouver les lieux de I et de I' lorsque M décrit une parabole (P) de foyer O et d'axe $x'x$. (On étudiera séparément le lieu de I et celui de I').
4. On suppose maintenant, jusqu'à la fin du problème, que M décrit une droite fixe, (Δ), perpendiculaire à $x'x$ en un point donné, ω , défini par $\overline{O\omega} = a$.
 - a. Quel est le lieu, (H), de I et I'? On pourra prendre des axes de coordonnées rectangulaires ayant pour origine le point ω .
 - b. Soit E le pôle de $x'x$ par rapport au cercle (M). Le cercle (C) circonscrit au triangle variable EII' coupe la droite (Δ) au point E et en un autre point variable, S. Montrer que S est symétrique de Ω par rapport à M.
 - c. Montrer que (C) coupe $x'x$ en deux points fixes, F et F', dont on précisera les abscisses. Quel rôle les points F et F' jouent-ils pour (H)?
 - d. Préciser quelle est la tangente en I à (H).

N. B. - Par « lieu géométrique » ou « lieu » il faut entendre l'ensemble de points ».