Baccalauréat mathématiques élémentaires
Métropole février 1963

EXERCICE 1

1. - On donne deux cercles, (C_1) et (C_2), de centres respectifs O_1 et O_2 et de rayons respectifs R_1 et R_2 ($R_1 \neq R_2$). Ces deux cercles se coupent en A et B.
Un point variable M_1 décrit (C_1) et un point M_2 décrit (C_2) de façon que $\left(\overrightarrow{O_1M_1}\,,\ \overrightarrow{O_2M_2}\right) = \theta$, θ étant un angle défini à $2k\pi$ près.

1. Par quelle transformation passe-t-on de M_1 à M_2 ?
2. Quel est, lorsque θ varie, le lieu géométrique du point double, O, de cette transformation ?
3. θ restant constant, quelle est l'enveloppe de la droite M_1M_2 ?
   On précisera la nature de cette enveloppe suivant la position de O sur son lieu.

EXERCICE 2

1. On donne la fonction

$$y = \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + cx + d}.$$

   Déterminer a, b, c, d pour que la courbe représentative, (C), de cette fonction coupe l'axe Oy au point d'ordonnée -3, admette une seule asymptote parallèle à Oy, d'équation $x = 1$, et ne coupe pas la droite $y = 1$.
2. Étudier les variations de la fonction y ainsi déterminée et construire la courbe représentative, (C), de cette fonction.
   On construira avec précision les points où (C) coupe les axes de coordonnées.
   Montrer que (C) admet un axe de symétrie.
3. On considère la droite (D), d'équation $y = m(x-3)$, où m est un paramètre non nul.
   Montrer que (D) passe par un point fixe, A.
   (D) coupe (C) en deux points, M et P, autres que A. On appelle B le conjugué harmonique de A par rapport à M et P.
   Calculer, en fonction de m, les coordonnées de B et trouver l'équation du lieu, (L), de B lorsque M varie.
   On étudiera la fonction ainsi obtenue et l'on tracera (L) sur le graphique précédent.
4. Quelle est la dérivée de la fonction $\dfrac{1}{x-1}$?
   En déduire l'expression des primitives de la fonction y déterminée au 1.
   (On cherchera à transformer l'expression de y en comparant son numérateur et son dénominateur.)
   Évaluer l'aire comprise entre la courbe (C) et la droite d'équation $y = 3(x-3)$.