Baccalauréat Mathématiques et Mathématiques et Technique
Métropole septembre 1954

I.

1er sujet

Calculer la dérivée de $y = \sqrt{u}$, où u est une fonction donnée de la variable x ; on aura soin de préciser les hypothèses qui rendent ce calcul valable.

Application : Calculer la dérivée y' de $y = \sqrt{2x^2 - 4x}$; pour quelles valeurs de x les fonctions y et y' sont-elles définies ?

I.

2e sujet

Étudier et représenter graphiquement la fonction

$$y = \frac{3x}{(2x-1)(x-2)}$$

(unité de longueur : 1 cm sur Ox et Oy).

I.

3e sujet

$y = f(x)$ étant une fonction positive décroissante dans l'intervalle $(a,\ b)$ et x un nombre compris entre a et b $(a < x < b)$, montrer que l'aire comprise entre la courbe représentative, l'axe $x'x$ et les parallèles à $y'y$ d'abscisses a et x est une primitive de $f(x)$.

Application : l'unité de longueur étant le centimètre, évaluer l'aire comprise entre la courbe représentative de $y = 5\cos\dfrac{x}{3}$, l'axe $x'x$ et les droites d'abscisses $\frac{\pi}{2}$ et π.

II.

Soient (O) un cercle fixe, de centre O, de rayon r, AB un diamètre fixe de ce cercle, (D) la tangente au cercle (O) au point A, et (Δ) la tangente au cercle (O) au point B.
Une sécante variable issue de B coupe (D) en P et (O) en R. La droite AR coupe (Δ) en Q. Soit M le milieu de AP.

1. Montrer que MR est tangente en R au cercle (O).
   Quelles sont les polaires par rapport à (O) des points M et Q ?
   Établir que le cercle (Γ) de diamètre MQ est orthogonal à (O).
2. On appelle F et F$'$ les extrémités du diamètre de (O) perpendiculaire à AB.
   Montrer que (Γ) est orthogonal à tout cercle passant par F et F$'$.
   Quelle est la tangente en M au cercle circonscrit au triangle MFF$'$?
3. Montrer qu'il existe une ellipse (E) de foyers F et F$'$ tangente à (D). Préciser ses éléments en fonction de r.
   Montrer que MQ est la seconde tangente issue de M à cette ellipse.
4. MQ coupe BP en S et AB en T.
   Montrer que S et T sont conjugés harmoniques par rapport à M et Q et que le cercle circonscrit au triangle SFF$'$ passe par T ; en déduire que S est le point de contact de MQ avec (E).