Baccalauréat mathématiques Métropole septembre 1957

I. 1er sujet

Construction des tangentes menées d'un point donné à une ellipse donnée.

I. 2e sujet

Équation de l'ellipse rapportée à ses axes de symétrie.

I. 3e sujet

Sections planes d'un cylindre de révolution.

II.

On considère un point fixe I et deux points fixes A et B symétriques par rapport à I. On pose AB = a ($a > 0$).

Dans un demi-plan fixe (P), limité par la droite AB, on envisage un point variable M tel que l'angle en M du triangle IMA soit égal à $\dfrac{\pi}{4}$ (les angles sont exprimés en radians).

1. Quel est le lieu du point M ?
   Entre quelles limites varie l'angle en A du triangle MAI ?

Dans ce qui suit, cet angle est noté α.

2. Calculer, en fonction de a et de α les longueurs MA, MI et MB.
   On pose $t = \text{tg}\,\alpha$ et $\rho = \dfrac{\overline{\text{MB}}^2}{\overline{\text{MA}}^2}$.
   Montrer que t et ρ sont liés par la relation
   $$\rho = \frac{5t^2 - 2t + 1}{(t+1)^2}.$$
3. Construire, rapportée à deux axes rectangulaires, Ox et Oy, la courbe d'équation
   $$y = \frac{5x^2 - 2x + 1}{(x+1)^2}.$$
4. Utiliser les résultats précédents pour déterminer les points M de (P) tels que $\dfrac{\text{MB}}{\text{MA}} = m$, m désignant un nombre arithmétique donné. (On prendra pour inconnue $t = \text{tg}\,\alpha$).
   Examiner le cas particulier $m = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$: évaluer en grades les angles du triangle MAB correspondant.