Baccalauréat C Métropole [1] septembre 1960

I. - 1er sujet

Définition d'un nombre premier.
Montrer que tout nombre non premier admet au moins un diviseur premier.
Reconnaître si les nombres 373 et 667 sont premiers ou non; on exposera et l'on justifiera la méthode employée.

I. - 2e sujet

Dérivée des fonctions $\sin(ax+b)$ et $\cos(ax+b)$. (On ne supposera pas connues les dérivées de $\sin x$ et $\cos x$.)

Application : Déterminer une primitive de la fonction $\sin\left(\dfrac{3x}{2}+\dfrac{\pi}{4}\right)$ (x est supposé exprimé en radians.)

I. - 3e sujet

(Géométrie descriptive).
Rabattement d'une figure plane sur un plan horizontal.

Application : Construire les projections de la bissectrice d'un angle dont un côté est horizontal et dont l'autre côté n'est parallèle à aucun plan de projection.

II.

1. **a.** On donne un cercle fixe (C), de centre O, et un point fixe I, intérieur à ce cercle et distinct de O.
   Construire l'axe radical (Δ) du cercle-point I (cercle de rayon nul) et du cercle (C).
   Justifier la construction. On désignera par R la projection orthogonale de I sur (Δ) et l'on posera IH $= d$.
   b. On considère le faisceau (F) de cercles admettant (Δ) pour axe radical et auquel appartient le cercle (C).
   Montrer que le point I a même polaire, (D), par rapport à tous les cercles du faisceau (F).
   Préciser la position de D.
2. **a.** Soit A un point de (C). Montrer qu'il existe, en général, dans le faisceau (F) un cercle (Ω), de rayon non nul, tangent à la droite AI.
   Quels sont les cas d'exception?
   On désigne par (ω) le centre du cercle (Ω), par T le point de contact de (Ω) avec la droite AI et par S le milieu du segment IT.
   Déterminer le lieu de S et l'enveloppe de la droite ωT quand A décrit (C).
   b. En fonction de $d =$ IH et de l'angle HIA $= \theta$, évaluer le rayon r du cercle (Ω); étudier les variations de r quand θ varie de 0 à π.
   Construire la courbe représentative dans le cas où $d = \dfrac{1}{2}$.
   Retrouver sur le graphique les cas d'exception obtenus au paragraphe **a.**

1. et Israël, Montréal, Tunisie

3. Le point A est supposé fixe sur (C) et l'on désigne par P un point variable sur Δ.

Trouver le lieu du point B, inverse de A dans l'inversion variable de centre P et de puissance $\overline{\text{PI}}^2$.

On désigne par (Γ) le cercle circonscrit au triangle BIP ; montrer que (Γ) reste tangent au cercle (Ω), quand il existe.

Quelle est l'enveloppe du cercle (Γ) quand le point A occupe l'une des positions exceptionnelles signalées au **2.** ?

4. Le point A étant toujours supposé fixe, trouver le lieu géométrique du centre M du cercle (Γ) quand P décrit (Δ).

Calculer les éléments remarquables de ce lieu en fonction de d et θ.

Que devient ce lieu pour les positions exceptionnelles de A déjà étudiées ?