

☺ Mexico mars 1954 ☺
Baccalauréat série mathématiques

I. 1^{er} sujet

En ne supposant connue aucune dérivée de fonction trigonométrique, ni aucune limite relative à des expressions trigonométriques, trouver la dérivée de

$$y = \operatorname{tg} x.$$

I. 2^e sujet

Résolution et discussion de l'équation

$$3 \sin x - 4 \cos x = m$$

où m est un paramètre et x un angle exprimé en degrés et compris entre 0 et 360°.

Exemple numérique à traiter avec la précision des tables de logarithmes : $m = 1$.

I. 2^e sujet

Transformer $\sin p + \sin q$ en produit.

Application à la résolution de l'équation

$$\sin x + \sin 3x + \sin 5x = 0.$$

II. Problème

À chaque point M d'un plan (P) on fait correspondre la droite (m) , intersection du plan (P) avec le plan perpendiculaire en un point fixe S de l'espace à la droite SM .

On désigne par O la projection de S sur le plan (P) .

1. Par quelle transformation simple passe-t-on de M à la projection H de O sur (m) ?
2. Lorsque M décrit un cercle (C) , quel est le lieu de H et quelle est l'enveloppe (E) de la droite (m) ?
Discuter la nature de cette enveloppe.
3. Quel est le lieu des centres des courbes (E) correspondant aux cercles (C) d'un faisceau à points de base, à points de Poncelet, ou d'un faisceau de cercles concentriques?
4. T étant le point de contact de (m) avec son enveloppe (E) et (t) la droite déduite de T comme (m) l'est de M , montrer que (t) est tangente en M à (C) .
Caractériser la famille des courbes (E) correspondant à un faisceau de cercles (C) tangents.