

## ∞ Baccalauréat série mathématiques Mexico février 1957 ∞

### I. 1<sup>er</sup> sujet

Définition, existence et recherche du p.g.c.d. de deux nombres entiers.

### I. 2<sup>e</sup> sujet Nombres premiers.

Définition.

La suite des nombres premiers est illimitée.

Un nombre premier qui divise un produit de facteurs divise l'un d'eux.

### I. 3<sup>e</sup> sujet Caractères de divisibilité par 5, 3, 9.

## II.

On donne sur un axe  $Ox$  les deux points  $A_1$  et  $A_2$  d'abscisses respectives  $+a$  et  $-a$  ( $a$  nombre positif donné).

On considère les cercles  $(C_1)$ , de centre  $C_1$  tangents en  $A_1$  à  $Ox$  et les cercles  $(C_2)$ , de centre  $C_2$ , tangents en  $A_2$  à  $Ox$ .

On étudie dans ce problème les couples formés d'un cercle  $(C_1)$  et d'un cercle  $(C_2)$  orthogonaux.

1. Désignant par  $R_1$  et  $R_2$  les mesures algébriques respectives de  $\overrightarrow{A_1C_1}$  et de  $\overrightarrow{A_2C_2}$  sur un axe perpendiculaire à  $Ox$ , déterminer la relation entre  $R_1$  et  $R_2$  exprimant la condition nécessaire et suffisante pour que  $(C_1)$  et  $(C_2)$  soient orthogonaux.

Déterminer le couple  $(C_1, C_2)$ , sachant qu'en outre la ligne des centres  $C_1C_2$  passe par un point donné  $I$  de  $Ox$ .

Discussion.

2. On désigne par  $U$  et  $V$  les points communs à un couple de cercles  $(C_1), (C_2)$  orthogonaux.

Lieu de ces points. (On pourra effectuer une inversion de pôle  $A_1$ .)

Placer avec précision le lieu obtenu, qui est constitué de deux cercles,  $I', I''$ .

3. Montrer qu'il existe un cercle  $(K)$  tangent à  $I'$  et  $I''$  respectivement aux points  $V$  et  $V$ . Lieu du centre  $K$  de ce cercle. Montrer que ce lieu est l'enveloppe de la médiatrice de  $VV$ .

4. Montrer que les tangentes en  $V$  aux cercles  $(C_1)$  et  $(C_2)$  coupent respectivement l'axe  $Oz$  en deux points  $I_1$  et  $I_2$  tels que les triangles  $AI_1V$  et  $A_2VI_2$  soient isocèles.