∽ Baccalauréat Liban octobre 1960 ∽
Série mathématiques

I. EXERCICE 1

Résoudre et discuter le système linéaire

$$\left\{\begin{array}{lcl} m^2x+y & = & m \\ m(x+y) & = & 1, \end{array}\right. ,$$

où m désigne un paramètre.

I. EXERCICE 2

Étudier les variations de la fonction

$$y=\frac{x^2-2}{x^2-2x}$$

et construire sa courbe représentative.
Montrer que cette courbe possède un centre de symétrie.

I. EXERCICE 3

Étudier les variations de la fonction

$$y=\sqrt{\frac{x}{x^2+1}}$$

et construire sa courbe représentative.

II.

On considère, dans un plan, une droite fixe D, deux points fixes, O et A, distincts, sur cette droite, ainsi que la droite Δ perpendiculaire à D en O.
On considère d'autre part, un point M variable sur la droite Δ . On désigne par (C) le cercle qui a son centre sur D et qui passe par les deux points A et M.
On désigne par N le point de D diamétralement opposé à A sur (C).

1. Montrer que le cercle (C_1) déduit de (C) par translation définie par le vecteur $\overrightarrow{AM}$ passe par le point M et que ce cercle (C_1) recoupe la droite D en un point fixe, B.
   Préciser ln position du point B.
2. Déterminer l'enveloppe de la droite MN et le lieu du centre C_1, du cercle (C_1).
   On déterminera avec précisionla position de ces courbes.
3. On désigne par k une constante et l'on considère le cercle $\left(C_1'\right)$ transformé de (C_1) par J'inversion de centre A et, de puissance k.
   Trouver l'enveloppe du cercle $\left(C_1'\right)$. En déduire que son rayon est constant. Quelle est l'enveloppe de la polaire du point A par rapport au cercle (C_1) ?