1.000 CLASSES 1.000 CHERCHEURS :

1 MILLIEME.

Pierre AUDIN
Pierre DUCHET

Publication de l' A.P.M.E.P.
(Association des Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Public)
N° 74

1 000
CLASSES
1 000
CHERCHEURS :
UN MILLIÈME

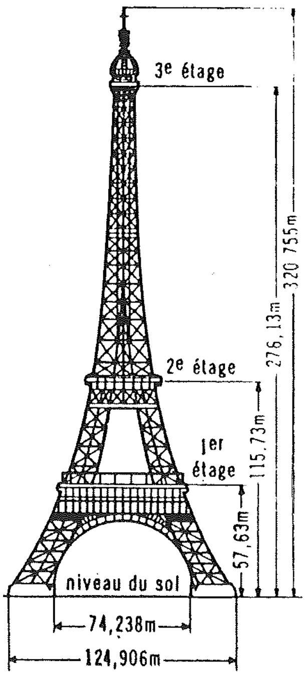
PIERRE AUDIN
Professeur de Mathématiques
315, rue de Belleville
75019 PARIS

PIERRE DUCHET
Chargé de Recherches CNRS
1, avenue des Marronniers
94600 CHOISY-LE-ROY

Pierre Audin, Pierre Duchet
1 000 CLASSES - 1 000 Chercheurs : un millième
80 pp + i. 24 figures
Tapuscrit sur Traitement de texte "Chiwritter"
14 Juillet 1989

Publication de l'A.P.M.E.P.
(Association des Professeutrs de Mathématiques
de l'Enseignement Public)
N° 74

1000 CHERCHEURS



1000 CLASSES

la tour Eiffel

1 CHERCHEUR du C.N.R.S. : M. Duchet,
Chargé de recherche UPR 175 du CNRS
Equipe de Combinatoire, Université Paris VI,
U.E.R. 48, 4 Place Jussieu,
75252 Paris-Cedex 05

2 CLASSES du lycée Georges Braque,
21 rue Victor Puiseux,
95104 Argenteuil-Cedex

1° S1 ..... prof de maths : M. Audin
1° S2 ..... prof de maths : Mme Eugénie
pour les deux classes,
prof de Français, : M. Blonde

PREFACE

En 1985, le Centre National de la Recherche Scientifique ainsi que l'Education Nationale répondaient à l'appel de Monsieur Hubert Curien en faveur d'une ouverture de la recherche vivante aux jeunes élèves et lançaient une opération intitulée "1000 Chercheurs pour 1000 Classes".

Le but de cette action était d'assurer le soutien des chercheurs et des ingénieurs du CNRS aux projets élaborés dans les classes des lycées (essentiellement les classes de $2^{\text{ème}}$ $1^{\text{ère}}$ et T^{ale}*). Les projets pour lesquels ont été sollicitées les équipes de recherche du CNRS sont extrêmement variés. Ils recouvrent, grâce aux principes des PAE entre autres, dans lesquels ils s'insèrent fréquemment, une multitude de disciplines et de thèmes, en sciences de l'homme et de la société aussi bien qu'en sciences expérimentales et en sciences exactes.*

Les échos des professeurs et des élèves, mais aussi des personnels du CNRS, se sont avérés très positifs et il nous semble que l'opération "1000 Chercheurs pour 1000 Classes" mériterait aujourd'hui de connaître un souffle nouveau, notamment en mathématiques où la participation active de l'APMEP sera sans doute un des facteurs déterminant du succès de cette reprise.

La richesse de l'expérience conduite en Mathématiques par MM. P. Audin et P. Duchet illustre clairement ce qu'une telle opération peut apporter. Leur témoignage, vivant et efficace, est de ceux qui suscitent à la fois la réflexion et l'enthousiasme. Nul doute qu'il encouragera la réalisation d'autres projets éducatifs tout en aidant à leur réussite.

L'A.P.M.E.P.

PREMIERE PARTIE :

LE CADRE DE L'EXPERIENCE

(Pierre Audin)

I - Le cadre de l'expérience

"Monsieur Duchet est un mathématicien qui exerce sa passion au CNRS en faisant de la "Combinatoire". Ce type de maths est mal vu car on ne sait pas vraiment si elles peuvent êtres appliquées à des problèmes concrets. Néanmoins cela arrive et cela peut être très intéressant sous divers points de vue : lucratif, théorique ; et cela a pour but de simplifier, d'élucider, de démontrer, et d'analyser toutes sortes de problèmes. M. Duchet nous a permis d'y voir plus clair, en ce qui concerne les Mathématiques et leurs applications. Le contenu était très intéressant et tout à fait objectif."

C'est ainsi que commence le compte-rendu d'un élève de 1°S sur la première "exhibition" d'un mathématicien dans sa classe: c'était le 14 décembre 1985, dans le cadre de l'expérience 1000 classes/ 1000 chercheurs, lancée pour l'année scolaire 1985-86, et non renouvelée depuis. Même si le style et les propos de l'elève sont d'une naïveté émouvante, il reste que le but semble atteint.

Mais reprenons tout au commencement ...

<u>Mise en route</u>

Apprenant, par hasard, l'existence de cette opération de jumelage de classes avec des chercheurs, je découvre, grâce à la documentaliste de mon établissement, une liste, bien courte, des chercheurs participant à l'opération ministérielle. Je la lis frénétiquement, à la recherche d'un mathématicien, et j'en trouve un (existence et unicité). Je procède à une consultation rapide de mes élèves de 1°S : qui est intéressé à ce que la classe participe à l'Opération avec un mathématicien ? La quasi unanimité me donne son accord à main levée.

Premier contact téléphonique avec M. Duchet : mon établissement, à Argenteuil, est bien loin de son domicile, puisqu'il habite en banlieue sud; et il a déjà été contacté par un collègue d'un établissement plus proche ; que je le rappelle, il fera peut-être quelque chose pour moi.

Deuxième contact téléphonique. Mon collègue l'intéresserait, mais, lui, semble avoir changé d'avis. Pourquoi ? Peut-être à cause de .. l'image de la Tour Eiffel ? Peu importe, puisque M. Duchet se voit dans l'obligation de traiter avec moi, malgré ses problèmes de déplacement. Il veut faire l'expérience, et je reste le seul qui veut bien coopérer avec lui.

I - Le cadre de l'expérience

Rendez-vous est donc pris, à Jussieu, pour mettre au point les détails de notre collaboration. Round d'observation : chacun a des idées précises mais ne veut pas en dire trop, afin de jauger l'autre. (Au fur et à mesure de notre collaboration, nous verrons que nous sommes entièrement d'accord sur les objectifs). Je lui explique ma motivation par mes lectures de Serge Lang relatant ses expériences en collège et au Palais de la Découverte (*serge lang, des jeunes et des maths/serge lang fait des maths en public, 1984, Editions Belin).*

M. Duchet veut d'abord savoir quels sont mes élèves : milieu populaire et classes moyennes, en banlieue rouge (Argenteuil). S'il y a d'autres classes de 1°S dans l'établissement : oui, une autre, mais je ne suis pas sûr de la coopération de ma collègue, je me renseignerai. En mon for intérieur, je regrette de ne pas y avoir pensé tout seul. J'ai seulement discuté avec quelques collègues, en leur annonçant ce que j'essayais de faire avec mes 1°S.

Nous décidons donc qu'il interviendra le 14 décembre 1985, un samedi matin, devant ma classe ou devant les deux classes de 1°S, suivant la réponse de ma collègue. Je lui laisse l'entière liberté de son intervention, lui expliquant que les seules contraintes seront matérielles, les mathématiques étant le parent pauvre d'un établissement déjà pauvre .. Je tâcherai de l'enregistrer sur cassettes (audio).

L'intervention de M. Duchet est prévue pour toute la matinée. (Je le préviens que ce sera long pour les élèves, et qu'il faudra ménager des pauses). Il compte se présenter aux élèves, et leur parler des maths et de leur programme de 1° ... tout un programme !

Ma collègue, Mme Eugénie, acceptant de participer à la "conférence" de M. Duchet, je réserve la plus grande salle de cours de l'établissement pour pouvoir faire entrer les 71 élèves de 1°S, ainsi que les tables et les chaises nécessaires.

Je trouve un magnétophone de qualité (hors établissement bien sûr).

Je demande à mon Chef d'Etablissement l'autorisation de faire venir un mathématicien dans ma classe. Il n'y voit pas d'inconvénient, et écoute poliment mon invitation à assister aux séances.

Et je "prépare" la séance avec les élèves : je me contente de leur annoncer la date (samedi qui précède les vacances de Noël) et de leur présenter M. Duchet : mathématicien du CNRS, à Jussieu, laboratoire de combinatoire. J'ai sans doute eu tort, mais je ne voulais pas déflorer le sujet, ni qu'ils aient d'a priori ; et je crois bien que, de ce point de vue, j'ai eu raison.

SHOW-MATH DE 4 HEURES

Samedi matin : il est clair que mes élèves sont là parce que je me suis arrangé pour leur donner l'impression que ce sont eux qui le veulent. Et c'est pour moi l'occasion ou jamais de raviver mon plaisir, d'accepter d'être encore prof de math.

La salle est coupée en deux : les 1°S1 devant, les 1°S2 derrière. On commence. M. Duchet parle. Les élèves écoutent. Il leur pose des questions auxquelles ils ne répondent pas vraiment. Ils sont là pour écouter, et ils le font, visiblement, pour certains, avec intérêt. La qualité générale de l'écoute est très bonne, l'atmosphère en étant presque tendue. Pendant presque deux heures, jusqu'à la première pause.

L'interruption de séance sera néfaste à cette qualité d'écoute. Et le bruit de fond va augmenter peu à peu jusqu'à la deuxième pause, puis jusqu'à la fin. Il aurait fallu ne pas interrompre, mais cela aurait alors été trop long.

Nous tirons tous deux, à chaud, dans le café voisin, les premiers enseignements de cette première séance. On fera moins long la prochaine fois. On essaiera de faire encore deux séances. Il faudra organiser une visite-interview par quelques élèves, préparée en collaboration avec le prof de Français, s'il est d'accord (il le sera).

M. Duchet est plutôt satisfait. Mais fatigué d'avoir parlé si longtemps. Notre faim, notre fatigue, et notre plaisir nous permettent d'avoir une longue discussion moins guindée jusqu'à Jussieu. Sur les maths, l'enseignement des maths, la recherche. Sur la nécessité de ce genre d'expérience : les élèves manquent de culture mathématique, et de moyens de l'acquérir. Et ce ne sont pas les programmes actuels qui pourront améliorer la situation.

Le contenu de notre collaboration

Les élèves ne connaissent des maths que ce que les programmes veulent bien leur montrer. Ils croient, sous prétexte de cloisonnements en analyse-géométrie, apprendre toutes les mathématiques. Eux, comme leurs parents, ont la réaction du Proviseur, lorsque je lui ai demandé l'autorisation de faire venir un chercheur dans mon cours : il y a encore des choses à trouver en maths ?

Pour les élèves, c'est simple, voire simpliste : les maths sont un ensemble de problèmes types, avec des recettes types à apprendre. Le but essentiel des élèves est d'avoir la moyenne. Le but essentiel des maths est de les sélectionner. Eventuellement, de servir en Physique, ou ailleurs : par exemple, dans des problèmes "concrets", remis à la mode par le ministre de l'époque.

M. Duchet et moi sommes d'accord : les maths sont abstraites par essence ; elles ne décrivent pas la réalité, elles fantasment à partir de la réalité. Une sphère et ses grands cercles donnent certainement une bonne description de la réalité, mais la géométrie ("mesure" de la terre !) se fait dans un plan, avec des droites.

M. Duchet a profité de cette première séance pour mettre les choses au point, avec le poids que lui seul pouvait avoir. Intervenant extérieur, il est exceptionnel par la qualité de ses interventions, et par sa qualité socialement reconnue. Et c'est donc à ce double titre que ses propos pèsent sur les élèves, qui en viennent à leur donner l'auréole de l'objectivité.

Il les a étonnés en leur parlant de ségrégation entre maths nobles et maths déconsidérées. Il les a amusés en leur décrivant sa journée de travail. Il les a provoqués à propos de la possibilité d'un emploi du temps presque parfait, sous réserves de collaboration entre mathématiciens et Censeurs. Il les a intéressés en survolant leur programme, en leur montrant ses incohérences, son unité possible, et ses objectifs. Il les a déconcertés en leur donnant une liste de problèmes soi-disant concrets pour la plupart. Il les a surpris en leur évoquant certains points de l'Histoire des mathématiques.

Le bilan de cette première intervention est très positif, pour les élèves, pour M. Duchet que ce contact exceptionnel avec ces jeunes a passionné, pour moi qui ai trouvé une raison de persister àvouloir faire avec mes élèves des maths, et pas de la cuisine. Mais il me faut quand même citer un élève :

<u>Rédaction des Notes</u>

Je vous prie Messire
De bien vouloir me pardonner
Et aussi de ne point rire
Du peu de notes relevées
Je n'ai pas eu l'hypocrisie
Comme d'autres l'ont fait
De retranscrire les notes d'autrui sur ma copie
Pour, à vos yeux, paraître parfait

Par paresse habituelle
Mes doigts, je n'ai utilisés
Mais, me suis servi de mes oreilles
Pour le discours écouter

Voici donc les notes relevées
Du discours de Mr Duchet
(...*suivent les notes annoncées* ...)

<u>Commentaires</u>

De nombreuses âmes se sont levées
Réjouies, ledit matin
Elles n'allaient pas assister
Au cours de Mr Audin

Elles allaient au spectacle des Mathématiques
On allait pouvoir être tranquilles, ça c'est sympathique !
D'autres avaient décidé
De prendre
Une attitude intéressée
Afin de tout comprendre
Il restait cependant une minorité
Réellement intéressée !

Ah ! Enfin la pause
Ah ! Enfin on cause
Et de la bile est déversée
Sur ce grand Mr Duchet
Et même s'il leur est tant supérieur
Cela ne fait pas taire ses détracteurs

Il faut dire que l'aspect physique
Est plus important que le pouvoir Mathématique

A quoi la conférence a-t-elle servi ?

Je pense pouvoir dire
Que cela a servi à m'instruire
Et qu'il a été mis en lumière
Ce qui pour moi n'était que mystère

Cela m'a fait connaître
La Recherche Mathématique
Que je ne croyais pas être
Aussi prolifique
Même si cette rencontre fut heureuse
Elle n'a pas été fructueuse
Et il eût été préférable
De mieux l'organiser au préalable

Je crois aussi que la 2° partie
Ne fut pas celle la mieux réussie
Ce qui m'a permis cependant
De jouer avec la calculatrice de Petitjean

La suite des opérations

Je songe d'abord à la résolution
Des exercices sur lesquels nous méditons
Il serait bien que le discours de Mr Duchet
Soit moins superficiel, une foule de détails m'enchanterait

Je pense qu'il serait bon de réduire l'assistance
Aux seuls qui se porteraient volontaires
Nous pourrions obtenir un plus grand intérêt pour la séance
Et cela, tout le monde, pourrait satisfaire

Il serait bon que ce contact CNRS-Lycée
Ne soit pas à deux interventions limité
Mais aussi que d'autres chercheurs nous éclairent
Par exemple en Physique nucléaire ...

Il s'agit bien sûr d'un compte-rendu que j'ai demandé aux élèves à la suite de cette première conférence. Je leur avais posé certaines questions (ci-dessus soulignées). Je leur avais demandé de rédiger leurs notes, dans l'espoir qu'entre leurs notes et leur mémoire, ils puissent conserver une trace écrite, qui puisse leur servir de référence.

Les questions précises étaient les suivantes :

1. Rédaction des notes prises.
2. Commentaires sur ce qui s'est passé : critiques / louanges.
3. A quoi ça vous a servi personnellement ?
4. Comment voyez-vous la suite de votre coopération avec M. Duchet?

Ces questions, je les ai posées le lundi suivant, à me rendre sur feuille pour le mercredi (18 décembre).

La réponse ci-dessus versifiée est unique. J'ai d'abord été découragé que mes élèves puissent être encore si gamins. Mais les élèves sont des élèves ; et si vraiment un petit groupe seulement était intéressé ? L'expérience consistait justement pour moi à essayer d'intéresser un groupe, le plus gros possible ; et l'expérience ne faisait que commencer. Et comment assurer précisément l'intérêt, ou les intérêts, des élèves dans ce type d'expérience Chaque élève a son histoire personnelle, surtout par rapport aux maths ; et je crois que chacun a finalement profité de cette expérience, même si cela s'est fait à des niveaux divers.

DEUXIEME PARTIE :

LE DEROULEMENT DE LA PREMIERE SEANCE.

(Pierre Duchet)

LES 4 COULEURS

(...)

Un élève : "Je voudrais savoir si vous vivez bien avec les maths".

(Le chercheur n'a pas répondu tout de suite à cette première question. Il n'a pas compris ce qu'elle voulait vraiment dire : derrière l'agressivité de cette question, l'angoisse de l'élève qui vit mal son rapport aux maths, et ne comprend pas qu'on puisse en faire son métier ...J'ai perçu alors un flottement chez les élèves, parce qu'il ne répondait pas.)
(note de P.A.)

(...)

Le chercheur : Il y a un problème de **Théorie des Graphes** qui est très célèbre. Peut-être que vous en avez entendu parler: LE THEOREME DES QUATRES COULEURS.

Combien d'entre vous ont entendu parler du théorème des 4 couleurs ? .... *(agitation dans la salle, mais aucune main ne se lève franchement)*

D'accord,...je vois ! *(nouvelle agitation)*. Si j'étais un "petit vieux", je dirais : où vont les maths aujourd'hui ?...

Bon. Prenez une carte géographique, par exemple celle de l'Europe. Vous voulez la dessiner en géographie ; alors, pour y voir quelque chose, pour voir qu'il s'agit bien du Luxembourg et pas de l'Italie..., vous allez colorier les pays. Vous allez colorier les pays de telle manière que quand deux pays se touchent (c'est-à-dire s'ils ont une frontière commune), vous n'allez pas mettre la même couleur pour les deux pays.

Le problème des 4 couleurs, c'est de savoir combien de couleurs il vous faut C'est tout simple!... C'est un problème qui a été posé, qui a été formulé vers 1870[1], et qui vient seulement d'être résolu,...il y a quatre ans. *(Rires)*. Dans la pratique, on constatait que 4 couleurs suffisaient, mais on était absolument incapable d'en faire une démonstration. C'est-à-dire, on ne savait pas s'il existait ou non une carte compliquée qui nécessiterait cinq couleurs ou si vraiment on pouvait toujours s'en tirer avec 4.

----

[1] Légère erreur: en 1852. cf. *Graph Theory, A developpement from the 4-color Problem,* par M. Aigner, BCS Associates, Moscow, Idaho, USA, 1987.

Je vous donne, peut-être, un exemple de carte où il faut effectivement 4 couleurs. Par exemple, si un pays est entouré par trois autres, il est évident que si on colore celui du milieu d'une certaine couleur, numéro 1, tous les autres doivent recevoir une couleur différente de 1, donc je suis obligé de mettre 2, et à cause des frontières communes, finalement .. je suis bien obligé d'en mettre 4. *(dessin à la craie, au tableau, simultané, Fig. 1).*

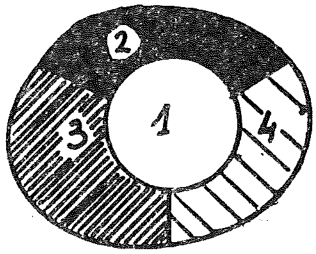


Figure 1

Maintenant, où est-ce que la Théorie des graphes intervient là-dedans ? Eh bien, d'une manière très simple : si on représente la relation "à une frontière commune" par un graphe, chaque pays devient un point, appelé "noeud" ou "sommet" ; et puis, on relie deux pays par une ligne, appelée "lien" ou "arête", s'ils ont une frontière commune ; le graphe de cette carte, c'est tout simplement ce graphe-là. *(dessin au tableau, Fig. 2)*[2].

C'est ce qu'on appelle un **graphe complet** puisque toutes les arêtes, tous les chemins d'un point à un autre, sont présents. Voilà donc un graphe complet "à 4 points" ou "à 4 sommets".

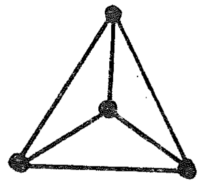


Figure 2

Je vais vous donner maintenant un exemple de réflexion, de démarche mathématique, sur le problème des 4 couleurs, exemple qui commencera à vous montrer ce qu'est un travail de chercheur sur un problème comme celui-là.

Parmi toutes les remarques simplificatrices que l'on peut faire, il y en a une qui dit que, si on <u>enlève</u> un pays de la carte, ce sera plus facile à colorier et une autre qui dit que si on <u>coupe</u> un lien entre deux pays (la frontière devient un no man's land qui sépare les deux pays), ce sera aussi plus facile à colorier : on a des opérations très simples de transformation d'une carte en une autre carte qui peuvent réduire la taille du problème. Parmi les opérations de ce style, il y en une qui s'est imposée dans la pratique, depuis 100 ans qu'on pensait au problème. Je vais prendre l'exemple d'un bout de graphe comme ça *(partie gauche de la Fig. 3).*

----

[2] Observez que <u>le graphe d'une carte plane est un graphe dessinable sans croisement sur le plan</u>! Cette propriété, nullement évidente a priori, était si manifestement claire pour les élèves, que j'oubliai de la formuler explicitement !

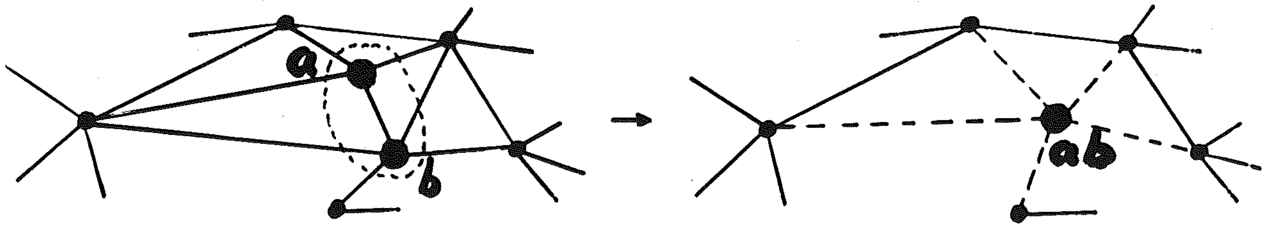


Figure 3

Ça, c'est dessinable sur le plan (puisque c'est dessiné sur le plan). Si je fais l'opération qui consiste à effacer une frontière, qu'est-ce que ça veut dire ? Ca veut dire que je remplace deux pays qui avaient une frontière commune par un seul pays ("union") et que tout ce qui était voisin de l'un ou de l'autre, devient voisin du pays union. Autrement dit, supprimer une frontière entre deux pays, ça revient à faire une **contraction** (contraction de **a** et **b** sur la figure 3) du lien correspondant dans le graphe.

Une fois qu'on a eu cette idée (ça a beau être une idée simple, c'est quand même une idée ; Pythagore ne l'avait pas) on peut se demander quelles sont les cartes dessinables sur le plan ; et, est-ce que cette opération contraction peut servir à déterminer quelles sont les cartes dessinables sur le plan ?

On s'est aperçu que, si une carte, numéro 1, est dessinable, si on fait n'importe quelle contraction, on aboutit à une carte numéro 2 qui est également dessinable.

Si je renverse les choses, si je part d'une carte qui n'est pas dessinable, et si je contracte, il peut se produire deux phénomènes : soit, quand j'ai contracté, ça devient dessinable, soit, quand j'ai contracté, ça n'est toujours pas dessinable. Même alternative lorsque j'efface un "point-pays" ou que je coupe un "lien-frontière".

Autrement dit, à partir d'une collection, d'une "classe" de graphes non dessinables, je peux engendrer une autre collection de graphes plus petits, de graphes non dessinables: tant que les graphes ne sont pas dessinables sur le plan, je les contracte, je supprime des pays, je coupe des frontières. Donc, à partir d'un certain nombre d'objets non dessinables, je vais obtenir un nombre, peut-être plus réduit, d'objets qui ne sont toujours pas dessinables. Et je m'arrête quand je "sors de la classe", c'est-à-dire, qu'à chaque fois que j'essaie de contracter ou de diminuer d'une quelconque façon l'un des graphes considérés, il devient dessinable.

J'aurais un renseignement important si je savais quels sont ces graphes-là ! C'est-à-dire : quels sont les graphes qui ne sont pas dessinables, mais qui sont critiques pour cette propriété : dès que je les modifie un petit peu, ils deviennent dessinables. Si je les connaissais, ces graphes, j'aurais déjà un renseignement important sur la structure des graphes dessinables, sur celle des cartes planes possibles.

Eh bien, un tel théorème existe et son énoncé est maintenant accessible ; il a été montré vers 1930, par Kuratowski. Qu'est-ce que Kuratowski a trouvé comme réponse ? Une réponse très simple : il y a deux graphes non-dessinables critiques, exactement deux....Eh oui! ...il n'y en a que deux.

Alors là, on arrive à un problème que peut-être vous connaissez : celui des 3 maisons, de l'eau, du gaz et de l'électricité. *(A un élève qui semble réagir)* Ca te dit quelque chose, ça ?

L'élève : Oui

Le chercheur : Ah ! Quand même ! Combien ont entendu parler du problème de l'eau, du gaz, de l'électricité ? ...Ah bon.... Ca monte déjà, on est déjà à six. *(Six élèves ont levé la main).*

On a 3 maisons : on veut fournir à ces 3 maisons l'eau, le gaz et l'électricité ; et pour éviter les accidents, on ne veut pas que les conduites se croisent. Eh bien, CE N'EST PAS POSSIBLE !

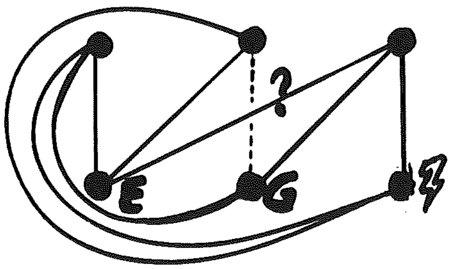


Figure 4

On peut toujours essayer d'envoyer l'eau aux 3 maisons, on pourra toujours envoyer l'électricité le gaz aux 3 : on tourne ; le gaz, je peux le donner ici *(à la première)*, là *(à la troisième)*, mais il me sera absolument impossible de donner le gaz à la deuxième maison, ...parce qu'elle se trouve dans une "région"

(interruption d') **un élève** : Eh bien, vous mettez l'autre, là,...,comment s'appelle ? (Rires)

Le chercheur : Ça me fait très plaisir parce que ... pourquoi suis-je devenu chercheur? Je suis devenu chercheur justement en me disant: "mais c'est pas possible, ça!"... et j'ai passé une partie de mon temps, je ne sais plus si c'était en 1ère ou 2de, à essayer de comprendre pourquoi ce n'était pas possible.

Et j'ai fait, pendant les cours de Français, *(Rires),* des petits dessins pour essayer d'arriver à mettre le gaz à cette deuxième maison. Je n'y suis jamais arrivé. Et il m'a fallu beaucoup d'années pour comprendre que, effectivement, je ne pourrai jamais y arriver, et pour être certain que je ne pourrai jamais y arriver.

Bon. Le graphe "Eau-Gaz-Electricité" est l'un des deux graphes de Kuratowski. Je le dessine d'une manière plus compréhensible *(Fig. 5)*,

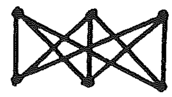


Figure 5

Ce graphe n'est pas dessinable sans croisement sur le plan.

Je ne vous donne pas une démonstration, mais je vous dit simplement que, pour arriver à comprendre pourquoi il n'est pas dessinable, on peut se servir d'une célèbre formule, qu'on appelle la **formule d'Euler**. C'est une formule de comptage, tout simplement; étant donné une carte, il y a une certaine relations entre le nombre de pays, le nombre de frontières et le nombre de points "triples" (ou plus généralement "multiples"), communs à trois pays (ou plus).

Il est beaucoup plus commode, d'ailleurs, d'exprimer cette formule en termes de graphes. Parce qu'en termes de cartes, on ne voit pas bien ce qu'est un dessin particulier (c'est rare qu'il y ait plus de 3 pays qui aient un point de frontière commun, c'est très rare !) : le graphe est quelque chose de plus général...

Alors, cette relation ? Cette portion ("P" *sur la figure 6*), on appelle ça une "face", c'est logique. Pourquoi c'est logique ? Vous avez déjà observé un diamant ? Un diamant, c'est plein de petites faces, et deux faces adjacentes ont en commun un segment, une "arête".

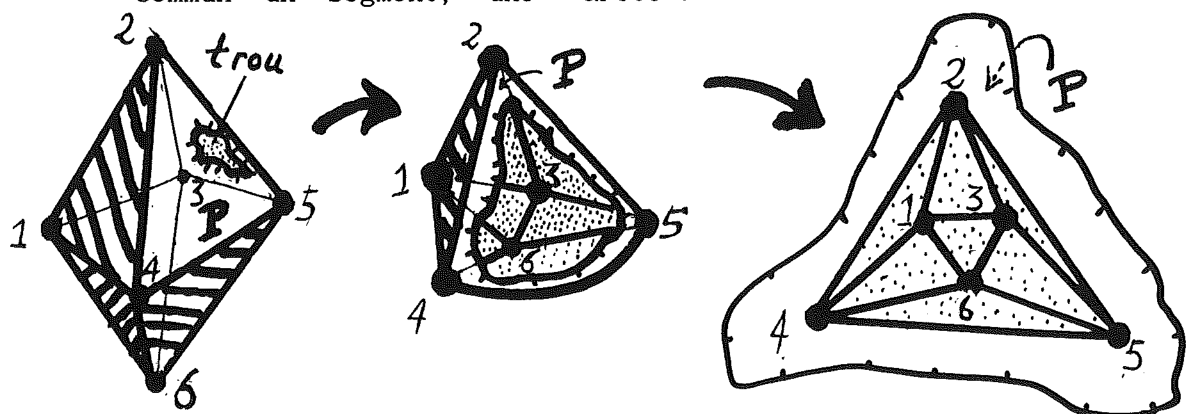


Figure 6 ------------------> Figure 7

Eh bien, il n'est pas difficile de concevoir que si la surface du diamant était en caoutchouc, on pourrait faire un petit trou dans une des faces (ici "P"), ouvrir progressivement l'ouverture, et finalement disposer la surface du diamant à PLAT !! *(Figure 7)*. Autrement dit, la structure des faces d'un diamant est celle d'un graphe dessinable sur le plan...La face "ouverte" devient l'extérieur.

Il y a les faces (= les régions), il y a ce qu'on peut appeler les "arêtes" (parties communes à deux faces) ; et puis il y a les "sommets". Eh bien, si on compte le nombre de faces, F , le nombre d'arêtes, A , le nombre de sommets, S , on arrive au fait que F - A + S vaut toujours la même chose ! Pour tout graphe dessiné sur le plan, F - A + S vaut 2 . Vous pouvez vérifier.

Cette célèbre formule due à Euler n'a été connue qu'en 1732. Ça fait deux siècles et demi. Et on peut dire que là est l'origine dela Théorie des Graphes et de la Combinatoire. Il y a eu des problèmes de Combinatoire dans l'Antiquité, mais le premier Théorème de Combinatoire, on peut dire que c'est le théorème d'Euler. Mettez le sur votre cahier, ça vous servira plus tard *(cf. liste des problèmes)* : **F - A + S = 2** .

Quant au premier graphe de Kuratowski *(celui de la Fig. 5)*, on peut montrer, en utilisant la formule d'Euler, qu'il n'est absolument pas possible d'avoir autant de faces, d'arêtes et de sommets qu'il en faudrait pour dessiner le graphe.

(...)

(la conférence continue avec le deuxième graphe de Kuratowski : le graphe complet à 5 sommets (Fig. 8) et avec les colorations des graphes non-planaires)

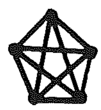


Figure 8

En conclusion de ces premiers pas en Théorie des Graphes, la célèbre **Conjecture de Hadwiger**, un des grands problèmes de la Mathématique Combinatoire :

<u>Si un graphe ne peut se réduire à un graphe complet à k+1 sommets par contraction de liens et effacement de sommets ou de liens alors on peut colorer ses sommets en k couleurs de sorte que des sommets liés recoivent des couleurs différentes.</u>

Cela est démontré pour le cas k=4 qui correspond au "Théorème des 4 couleurs", dont la démonstration fut achevée par ordinateur.

UN BON CHERCHEUR ?

Pour clore cette première partie : quelles sont les qualités qui sont demandées à un chercheur ?

Je placerai en premier la curiosité. Si on n'est pas curieux, on ne trouve rien, parce qu'on ne cherche rien. La "curiosité du chercheur d'or", ça s'applique très bien. Si on n'a pas envie de trouver de l'or, on n'en trouve pas.

La deuxième grande qualité, c'est l'éveil. C'est-à-dire , être perpétuellement disponible à une méthode nouvelle. Et ça, c'est très difficile. Disponible, ça veut dire : dès qu'on a une manière de faire un problème et qu'on l'a ainsi résolu, il faut tout de suite penser à autre chose, à une autre manière : abandonner la méthode, une fois qu'on a résolu le problème. Parce que ce qui est important dans un travail de recherche, c'est : des idées nouvelles ! Une fois qu'on a eu une idée nouvelle, ce n'est pas la peine de la développer pendant vingt ans. C'est la même idée, ça n'apportera rien de vraiment nouveau. Il faut tout de suite s'intéresser à autre chose...

Etre éveillé, ça veut dire aussi arriver à comprendre les idées des autres. C'est une tâche extrêmement difficile. S'ils expliquent bien, on arrive à comprendre ce qu'ils disent. Mais souvent, ce n'est pas dans le même langage, donc ça n'est pas facile de savoir quelle est l'idée qui se cache derrière les travaux d'un autre, d'un Américain, d'un Soviétique ou ... d'un Français.

La troisième grande qualité, c'est être critique. Arriver à déceler ce qui est important, et ce qui est vraiment accessoire. Et si on n'a pas ce sens, par expérience, il faut être très attentif, très vigilant là-dessus. Si on n'est pas critique vis-à-vis de soi-même, on finit par tourner à vide. On devient une machine qui produit tout le temps le même type de théorèmes, le même type de résultats, et dont tout le monde se lasse. Et on ne trouve plus rien, on arrive à tourner en rond.

Et puis, il y a une quatrième exigence, c'est qu'il faut avoir énormément de culture. Pour disposer d'un maximum de culture, on lit beaucoup. N'importe quoi. Enfin, des maths, c'est évident, mais des maths très différentes. Moi, je lis beaucoup de maths différentes de la Combinatoire. Parce que des idées intéressantes, il y en a en Algèbre, en Géométrie, et ce sont des idées qui peuvent être utiles aussi en Combinatoire.

Il faut lire aussi des ouvrages philosophiques, de l'Histoire, n'importe quoi, pour arriver à avoir du recul par rapport à ce qu'on fait. Savoir si ce qu'on fait, c'est intéressant, si c'est socialement utile, ou si personne, jamais, ne s'en servira ? Et c'est également très important, et très difficile, parce que lire tout ça demande du temps .

Concrètement, par semaine, je travaille à peu près 40 heures, en gros, ce qui, pour les matheux, est au-dessus de la moyenne. Mais le temps de recherche vrai, c'est-à-dire le temps pendant lequel je suis devant une feuille de papier, où j'essaie d'avancer sur un problème, ce temps là dépasse rarement 3 heures par semaine (...rires et murmures ...). Tout le reste du temps, je lis des choses, je réfléchis dans mon lit en m'endormant, j'observe, je discute, j'enseigne aussi : j'enseigne une partie de ce que je fais, ou de ce que font les autres.

Il y a toute une partie administrative aussi : s'occuper d'écrire ce qu'on a trouvé, de le taper à la machine, de le compiler, de l'envoyer, de corriger des épreuves, de téléphoner à Untel parce que ça l'intéresse, de penser à l'envoyer à tel autre, d'obtenir de l'argent pour pouvoir voyager. Tout cela, ça prend du temps.

Je vais terminer par un dernier petit sondage : est-ce que vous avez une idée du salaire d'un chercheur au C.N.R.S. ? C'est une des premières questions posées d'ailleurs[3] ...

(...) *(M. Duchet donne alors un tableau comparatif des salaires d'un instituteur, d'un prof, ...)*

LES FONCTIONS: TOUT UN PROGRAMME

(reprise de la conférence après la première pause)

Le chercheur : Tout le programme de Première, ça sert à vous apprendre un certain nombre de techniques, et ça ne vise pas plus loin apparemment, dans trois domaines : d'abord les <u>fonctions</u>, ensuite ...la <u>Géométrie</u>. Et le troisième domaine c'est le domaine du <u>calcul</u> : en gros, tout ce que vous faites sur les polynômes, les équations du second degré, le calcul

----

[3] Non; voir page 12 *(note de P.A.)*

trigonométrique, j'appelle ça calcul. En février, on parlera un peu de la Géométrie, mais aujourd'hui je vais vous parler des FONCTIONS. Je vais essayer de vous faire un résumé, un digest, un condensé de votre programme là-dessus.

(...) *(M. Duchet aborde la définition de fonction, très formalisée, en essayant de faire appel à leurs connaissances, en qualifiant certaines fonctions de stupides... ce qui les surprend, en se posant franchement la question " A QUOI CA SERT? " et en utilisant une représentation à l'aide de machines : différence entre la machine et ce qu'elle produit. Puis, se ramenant au cas d'une variable réelle, parle des bonnes et mauvaises fonctions : arrive la continuité)*

Le chercheur : ... Toute fonction continue est approximable (c'est-à-dire qu'on peut calculer de manière approchée, avec toute la précision souhaitée) par une machine polynôme. Ca, c'est très, très important comme résultat en mathématiques.
Ce grand résultat a comme conséquence que, quelque soit le phénomène, aussi compliqué soit-il, on peut toujours le simuler, l'approcher par une machine rudimentaire, qui ne fait que des additions et des multiplications ... Voilà la motivation du programme ... Le programme donne un moyen d'accès, une définition de la **continuité**. Comme cette partie est délicate, je vais essayer de vous la faire comprendre avec mes mots à moi. Je vais partir d'un problème simple : le problème qui consiste à marquer un panier au basket.

J'ai un panier de basket et je me trouve quelque part. J'ai un ballon. Je peux envoyer le ballon dans une direction donnée, avec une force bien calculée. Ce qui est donné par mon envoi, c'est un **vecteur**, c'est-à-dire quelque chose qui a une direction et aussi une longueur, nombre qui représente la force avec laquelle j'envoie le ballon dans cette direction. Ce vecteur, c'est **la donnée** (l'objet de **départ**).

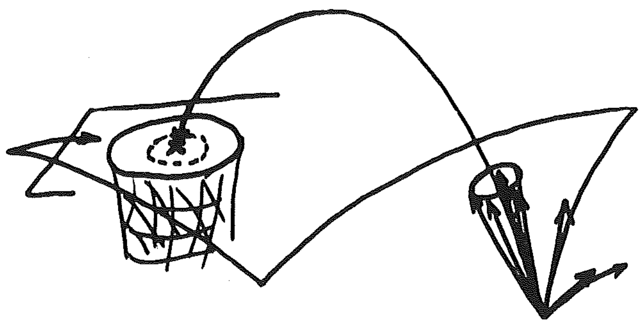


Figure 9

Et la **fonction**, c'est "le résultat" : il y a un panier marqué, ou il n'y en a pas. Comment formuler le problème que je me pose ?

- Quelles sont les valeurs de départ, quels sont les objets de départ qui vont me donner le bon résultat ?
- Comment faire pour obtenir le bon résultat ?
- Est-ce que la mathématique peut servir pour ce type de questions ?

Oui ! A condition qu'on travaille avec les nombres qui rendent le problème plus facile, c'est-à-dire avec les nombres réels. (Là, j'ai une première réponse).

Je vais modifier un peu mon résultat (mon objet d'**arrivée**): au lieu que le résultat soit OUI ou NON, je vais regarder le centre du ballon, et sa position au moment où le ballon va traverser le plan du panier : le centre du ballon sera quelque part. S'il est là *(geste...)*, le panier ne sera sûrement pas marqué. S'il est là *(geste...)*, ça va rebondir. S'il est juste au milieu du panier de basket *(geste...)* ça va (...à moins qu'il n'y ait un petit malin qui ait diminué le diamètre du panier). Je suis en train de définir une fonction qui à un vecteur associe un point d'un plan. Donc je travaille avec quelque chose dont "on sent bien que" c'est CONTINU.

Pour que le panier soit marqué, qu'est-ce qu'il faut ?

Avec cette fonction que je viens de définir (je vais l'appeler F), je veux obtenir comme résultat que le point soit juste au centre ou au moins pas trop loin. Pour dire "pas trop loin", je vais prendre mesurer le diamètre du panier, le diamètre du ballon, et donc j'ai une marge de ...hum...dans la réalité ça doit faire 5 centimètres de marge. Donc si le centre du ballon se trouve à moins de 2 centimètres et demi du centre du panier, mon ballon va passer sans toucher l'anneau.

Si je veux atteindre juste le centre, je n'ai pratiquement aucune chance, même avec un ordinateur. L'ordinateur va prendre des approximations, il ne vas pas lancer au micron près dans la direction que je veux, avec la force exacte que je veux, pour arriver juste au centre. Mais par contre, ce qu'on peut espérer, c'est obtenir le résultat de se trouver dans ce petit disque (voir Fig. 9). Ça, ça va être possible. Quelle va être donc la réponse au problème suivant: quels sont les objets de départ, les vecteurs de départs, les directions et les forces de lancer, qui m'assurent du résultat ?

J'essaie de me représenter les choses: il y aurait un certain ensemble de solutions à mon problème. Il doit être complètement bizarre, cet ensemble de solutions ! Ca *(geste)*, ça sera peut-être une solution parce que le ballon va rebondir sur le sol, puis sur la tête d'Untel, puis sur le mur, pour se retrouver là-dedans. Il y a plein de solutions possibles.

Mais comme je ne veux pas trop me fatiguer à calculer des trajectoires de billard, je vais essayer de me concentrer sur un moyen simple de réussir. Ça va être de ne rien toucher du tout, d'aller dans l'air, et de tomber dans le panier. Ça, c'est déjà un type particulier de solution. Ce type particulier, on le constate dans la pratique, c'est un ensemble de vecteurs qui se situent dans un petit cône, autour d'une direction idéale qui correspondrait à un lancer idéal.

Comment peut-on formuler mathématiquement la chose, comment dire: "le problème a une solution" ? On peut essayer de dire ce qu'on vient de raconter : on a un objectif à remplir, on veut que l'"**image**" par F de l'objet x (objet qui se trouve, ici, être un vecteur), on veut que F(x) donc qu'il soit dans un certain disque *(voir la figure 9)*. Ce que je veux, c'est un ensemble de solutions, et non une solution. UNE (unique) solution, je ne vais pas y arriver. Si on me dit : il faut, exactement dans cette direction, envoyer le ballon, avec telle force: je ne vais pas y arriver parce que je ne suis pas aussi adroit que ça.

Donc, ce que je veux, c'est une GARANTIE d'y arriver. C'est-à-dire je veux un ensemble de solutions qui m'autorise une maladresse.

Et ça, ça se décrit comment ? ...

Je veux qu'on puisse dire :

- il y a un ensemble S de vecteurs
  (S comme Solution)
- cet ensemble S contient un petit cône
- si mon vecteur-lancer est dans S, c'est bon
- si je lance dans le cône, c'est bon.

(...)

On dit que le phénomène est continu, on dit que la fonction est continue si ce problème, le problème d'obtenir un résultat donné (ici du type disque), est possible avec un ensemble de solutions qui me permette une certaine liberté.

Si on en reste à ce type de problème, on ne pourra parler uniquement de la continuité des fonctions qui, à un vecteur de l'espace, associent un point du plan. Ici *(geste, près "du" lancer idéal)*, le mot important ce sera le mot **cône**, qui me permet une certaine maladresse, et ici *(près du centre de l'anneau)* le mot **disque**.

II - *La première séance*

Le mathématicien veut toujours généraliser pour que son travail soit le plus utile possible. Il comprend que ce qui est important comme résultat, c'est d'entourer une solution idéale, d'être autour. Et ce qui est important c'est aussi d'être autour d'une situation idéale de lancer. Donc, il va remplacer les notions de cône et de disque qui sont particulières au problème posé, par une notion complètement générale qu'il appellera **voisinage**. Dans les deux cas, il va appeler ça "voisinage". Et il aura une définition du voisinage pour chaque ensemble de départ possible, et pour chaque ensemble d'arrivée possible.

Mais, pour la définition d'une fonction continue, le mathematicien n'aura plus besoin de dire "point du disque". Il dira simplement "y" ... Et il arrive à la définition d'une fonction continue sous la forme suivante : <u>une fonction F , qui à un objet x d'un ensemble X , associe un objet F(x) d'un ensemble Y, est continue, par définition,</u> si mon problème a toujours une solution, c'est-à-dire <u>si</u>, <u>quelque soit</u> (ça s'écrit ∀), <u>le résultat "r" que je veux</u> (ici le résultat était le centre du panier), <u>quelque soit le voisinage de ce résultat</u> (ici c'était le petit disque d'incertitude, de diamètre deux centimètres et demi autour du centre), <u>je peux trouver</u> (ça s'écrit "il existe" ou ∃) <u>une valeur idéale "i"</u> (on a r = F(i)), <u>et il existe un voisinage de i, soit V tel que l'objet</u> y = <u>F(x) soit bien dans le voisinage voulu de r, dès que x est dans V.</u>

Voilà comment d'une formulation en français au départ, on arrive à une <u>formulation scientique</u> qui ne contient aucune ambiguïté (...à condition que j'aie défini ce qu'était un "voisinage"), mais qui évidemment, pour le profane, est du latin, ... ou du chinois ...

Vous allez juste "faire" le voisinage d'un nombre réel sur une droite. Et le voisinage de l'infini pour les nombres réels. Le voisinage d'un nombre, ce sera tout simplement n'importe quel intervalle qui contient ce point. Un voisinage de "plus l'infini" (+∞), ce sera tout ce qui est "à droite" d'un nombre ... etc.

Une fonction continue, c'est une fonction qui vérifie la propriété que l'on vient d'énoncer...c'est tout !!...

-∞ ---------[|-----0-----|]----x--[|---------|]------ +∞

(...)

(la conférence continue)

TROISIEME PARTIE :

LA SUITE DE L'EXPERIENCE.

(Pierre Audin & Pierre Duchet)

Organisation de la suite de l'expérience

(P. Audin)

Avant la prochaine intervention de M. Duchet, je suis revenu sur des thèmes abordés lors de la première conférence (non tous retranscrits dans les extraits de la Deuxième Partie) : les ponts de Koenigsberg, la Médaille Fields, les modes, Bourbaki, les intervalles et intervalles symétriques (et le "rayon" d'un tel intervalle), une façon plus simple de mener un certain calcul de minoration d'une somme, le nombre d'or, le modèle de Riemann, le travail du chercheur (3 heures par semaine ?), etc ...

Je devais aussi discuter avec Mme Eugènie sur l'organisation de la prochaine séance : 2 heures avec moi en 1°S1 et 2 heures avec Mme Eugénie en 1°S2 . Les séances auraient dû ainsi avoir lieu un samedi matin de février (86) et se dérouler comme suit :

1) d'abord, discussion sur les problèmes posés, l'état d'avancement ou du blocage des élèves ;

2) puis, le prof fait le cours prévu, comme d'habitude (autant que faire se peut) ; à la suite de quoi, le chercheur intervient pour tirer la substantifique moëlle, dire ce qu'il en pense, voir ce que les élèves en ont tiré etc ..

En fait, il aurait fallu assurer une collaboration très serrée dans le temps pour que M. Duchet puisse intervenir de cette façon. Cela pouvait avoir aussi un côté déplaisant d'inspection, même si ce n'était pas notre état d'esprit. Nous avons donc abandonné cette idée. Mais il est finalement dommage que le prof observe le chercheur, et pas l'inverse. (A suivre .. !)

J'ai demandé aux élèves un compte-rendu de cette première rencontre avec M. Duchet *(voir pages 8 à 10)*. Je voulais savoir comment ils avaient perçu cette première séance, longue de quatre heures. Une aussi longue première rencontre avec la culture mathématique, ça valait la peine de s'y attarder[4]

Enfin, je leur ai donné un polycopié[5] des problèmes posés par M. Duchet, après avoir constaté, sur leurs notes, qu'ils n'avaient pas pris correctement tous les énoncés.

----

[4] *Des extraits des opinions des élèves se trouvent pages 50-55*

[5] *En voir la transcription en annexe.*

III - La suite de l'expérience

Les choses ont ensuite pris du retard.

Les élèves ont d'abord préparé, avec leur prof de Français, M. Blonde, l'interview que certains devaient réaliser, à Jussieu, dans son labo, auprès de M. Duchet. On ne peut pas dire que travailler cette interview prépare vraiment au Bac., mais M. Blonde est intéressé. Il mènera le travail dans les deux classes. Selon lui, les choses se sont mieux passées en S1 qu'en S2, les S2 étant moins mûrs que les S1, plus "bébés". (Pour lui, les choses se sont inversées au cours de l'année, et finalement, les S2 s'en sortaient mieux que les S1).

Puis, c'était M. Duchet qui n'était pas disponible.

Finalement, les élèves sont allés (seuls) à Jussieu, un vendredi après-midi, le 14 mars 1986. Cela leur faisait manquer une heure de cours d'histoire, avec l'aimable autorisation de leur professeur.

Les interviewers ont été passionnés, ont passé l'après-midi à Jussieu, et sont revenus avec un enregistrement (audio) d'une partie de leur rencontre avec M. Duchet (Voir pages 37 à 44)

Ils en ont fait un compte-rendu en classe, mal préparé et plutôt pagailleux.

Il est clair que ce qui les a intéressés avant tout, c'est d'avoir rencontré un travailleur (plus qu'un chercheur). Il n'a éludé aucune question, si ce n'est la question de ses opinions politiques précises (voir bilan de M. Duchet). Ce qui ne l'a pas empêché de discuter des problèmes politiques que les élèves soulevaient.

Les filles sont revenues choquées de ses propos sur sa femme et ses enfants, et sur les femmes et les mathématiques. Les garçons gloussaient de plaisir idiot. Mais, en fait, les propos de M. Duchet avaient été mal compris. Ce qui l'a obligé à reprendre les choses. Et à diffuser aux élèves un enregistrement de son interview, par lui-même, de sa femme et ses enfants, lors de la troisième intervention. (Voir pages 46 à 47)

Après le cours, plusieurs filles sont venues me voir pour que je les rassure : oui, elle peuvent faire des maths, elles aussi ; oui, je connais des mathématiciennes ; non, elles ne sont pas débiles à priori ; pas plus que les garçons ; heureusement pour les profs de maths, dont beaucoup sont des femmes.

Cette anecdote montre que le problème des élèves par rapport à M. Duchet ne concerne pas tant les mathématiques que le monde des adultes. Mais c'est ce problème de la misogynie ou non de M. Duchet qui a permis de rompre la glace[6] ...

Deuxième conférence

le samedi 19 avril 1986, deux heures
dans chaque classe de 1°S
(Pierre Audin)

L'enregistrement sur cassettes est raté (problème technique). Il reste mes notes, bien imprécises, et insuffisantes : elles n'ont pas été prises pour ce compte-rendu, mais afin de me permettre de reprendre les points délicats en classe, avant la dernière intervention de M. Duchet.

En S1 , M. Duchet a commencé par un conte pour enfants de mathématicien (son conte, pour ses enfants). Il y est question d'Albert et Evariste qui sont aux prises avec des seaux de 3 litres, 5 litres et 9 litres. Ce qui lui permet de parler de divisibilité, avec PGCD et PPCM, et Bezout qui pointe le bout de son nez.

Puis il aborde les problèmes qu'il avait posés aux élèves : taquin de Sam Loyd (15 cases numérotées d'un carré 4x4, mobiles grâce à la case vide, à mettre en ordre), Solitaire (élimination de pions suivant la règle du jeu de dames usuel)[7],...et le théorème de Pythagore[8], ce qui l'amène à parler du postulat d'Euclide, et de rotations ..

D'autre part, je ne sais pas vraiment comment les choses se sont passées en 1° S2 puisque je n'y étais pas[9]. Je peux seulement en dire que c'était la première fois que M. Duchet et Mme Eugénie se rencontraient. Même s'ils ont eu un contact téléphonique, c'est tout de même moi qui ai servi d'intermédiaire entre eux. Toujours est-il que M. Duchet a l'air d'avoir trouvé que les choses se passaient moins bien en S2 , puisque pour sa troisième intervention, il a volontairement limité la durée à 1 heure dans cette classe (ce qui lui a permis de déborder ..)

----

[6] La provocation m'a toujours semblé efficace *(note de P.D.)*

[7] Un choix de ces problèmes se trouve en annexe.

[8] Voir l'excellente brochure de l'IREM-PARIS-NORD: *"Tout ce que vous avez toujours voulu savoir sur le théorème de Pythagore sans jamais oser le demander"*

[9] Nous conviendrons que M. Duchet s'auto-enregistrera.

Troisième conférence

le samedi 10 mai 1986, deux heures en 1°S1,
une heure (un peu plus) en 1° S2.
(Pierre Duchet)

Cette fois-ci, nous disposons de l'enregistrement, pour les S1 , et d'un morceau pour les S2 . Commençons par les S1.

Le chercheur : Tu as changé de modèle ? ([10])

On va essayer de parler de plein de choses aujourd'hui. Je vous ai apporté quelques réflexions sur les problèmes que je vous avais soumis. J'espère avoir gardé la feuille que Pierre vous avait faite. Vous trouverez sur cette feuille *(celle que je distribue : voir Annexe)* des indications sur les trois, les quatre premiers problèmes. Les autres, on en avait déjà parlé, donc ce n'est pas la peine. Et puis, je vais vous donner la solution du neuvième problème que je trouve très, très jolie.

ECHAUFFEMENT

Bon, ça c'est une chose. Personne n'a une grosse boîte d'allumettes ?....

Bon ! Vous ne fumez pas ! *(rires ...)*. Je vais la dessiner.

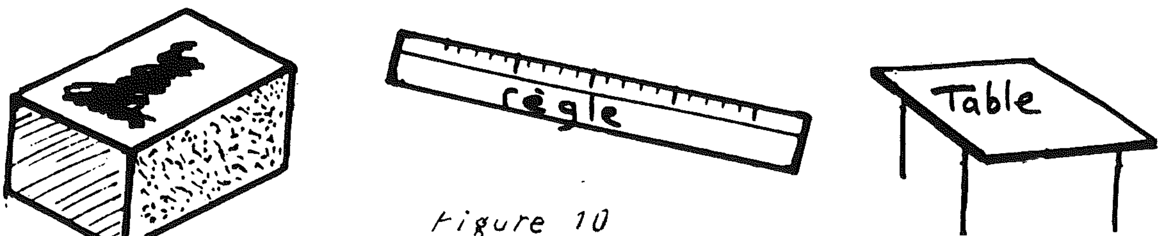


Figure 10

Comment faire pour, avec une règle, trouver cette distance là *(Fig. 10)*, qui est, au sens mathématique, le **diamètre** de la boîte d'allumettes. Vous avez une table à votre disposition. Vous avez : une table et une règle (graduée, quand même, la règle) ...*(.. silence.)*

Si vous avez un peu de mal à voir dans l'espace, je vais vous poser un autre problème (c'est juste pour vous réveiller).

----

[10] *Parlant du magnétophone à P. Audin*

Je considère un cercle, et un repère orthonormé, de même centre ; on prend le point d'abscisse un demi, et puis on monte perpendiculairement *(Fig. 11)*, ça donne un point, on re-projette ici. Très rapidement, sachant que le cercle est de rayon 1, quelle est cette longueur ?...*(silence)*

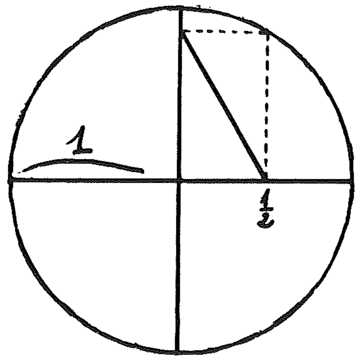


Figure 11

Le chercheur : Oh, c'est lent ! C'est lent !

Un élève : C'est 1.

M. Duchet : 1. Il y a une personne qui a vu que c'était 1 ? C'est tout ? Qui a dit que c'était 1 ? Alors, pourquoi ?

L'élève : Ben, parce que ça forme un rectangle, les deux diagonales sont égales.

M. Duchet : Les deux diagonales sont de même longueur.

Le chercheur repasse au premier problème.

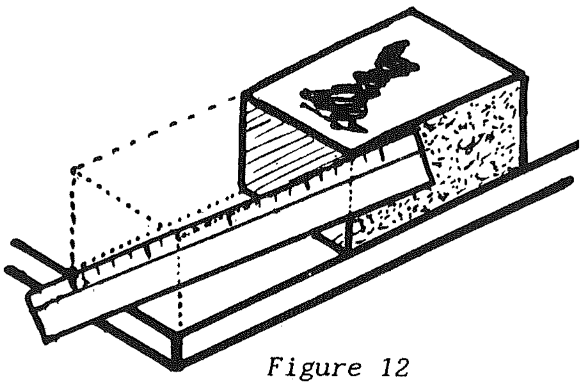


Figure 12

Un autre élève :... Pythagore.

M. Duchet : ...*(moue)* ça fait faire des calculs.... Bon. On pose la boîte d'allumettes juste au bord de la table. On marque ce point là, et on fait glisser la boîte d'allumettes *(Fig. 12)*. La diagonale est entre le coin de la table et ce coin là. Bon, on est réveillés maintenant ?

Je devais aussi vous montrer quelques exemples d'utilisation des mathématiques. C'est un travail qui a été fait par des professeurs de maths à Lille [11] qui ont essayé de faire comprendre dans quels exemples pratiques les mathématiques servaient, etquelles mathématiques pouvaient servir. Je peux vous montrer quelques exemples, parce que ça sera assez intéressant pour vous, je pense.

----

[11] Voir polycopiés du C.U.E.E.P , Centre d'Education Permanente de l'Université de Lille I, 1980-1989.

Premier exemple : sur un terrain de rugby, après avoir marqué un essai, il faut le transformer. Pour le transformer, on doit se mettre pas plus près qu'une certaine ligne, mais on a le droit de tirer d'où l'on veut. Quels sont les meilleurs endroits où il faut se placer pour réussir à transformer ? C'est un problème qui peut être résolu par les mathématiques.

On peut se mettre là (1 *sur la figure 13*), mais l'angle de visée sera assez faible. Si on semet un petit peu plus loin, l'angle de visée sera un petit peu plus grand ; mais si on se met trop loin, l'angle de visée sera très petit. Il y a certainement quelque part un point optimal pour l'angle de visée. Chercher ce point là, c'est faire des mathématiques.

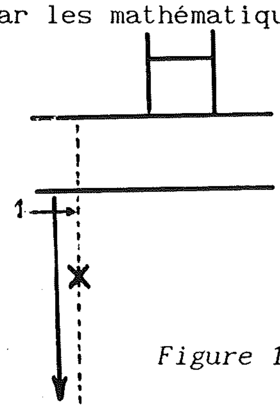


Figure 13

Un autre petit exemple. Voilà une rivière. On a une maison. On va à l'école ; simplement, on y va en âne ; et l'âne, il faut le faire boire à la rivière. Quel est le meilleur chemin ? C'est encore un problème qui peut être résolu par les mathématiques.

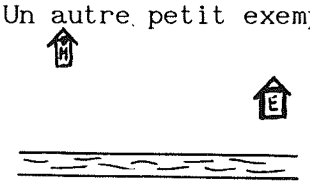


Figure 14

(M. Duchet continue: problèmes sur les colis postaux, les cendriers, le saut en parachute du haut de la Tour Eiffel...)

PYTHAGORE

On va poursuivre sur Pythagore et voir sur quoi ça débouche. Est-ce que ça vous a posé problème, ce que je vous avais dis la dernière fois sur Pythagore ? Une des démonstrations de Pythagore consistait à prendre un carré construit sur le plus grand côté d'un triangle rectangle. Et on disait qu'on faisait tourner d'un angle droit cette figure en partant du centre *(de 1 à 2 sur la figure 15)* . On faisait tourner de nouveau, ce qui amenait le triangle ici (en 3); on faisait encore tourner, ce qui l'amenait là (en 4). On montrait que la grande figure était elle aussi un carré, qui avait pour côté le plus petit côté b . Et on arrivait à la formule $a^2+b^2=c^2$. Si vous avez réfléchi, vous devez savoir ce qu'on a utilisé dans cette démonstration.

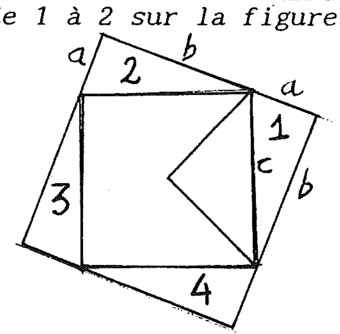


Figure 15

III - La suite de l'expérience

Au début, qu'est-ce que l'on fait ? Au début, on prend un carré de côté c . On prend son centre et on le fait tourner de 90° . Est-ce qu'on utilise quelque chose de spécial ? ...*(silence)*. Bon, ici on est sur le plan. Est-ce qu'on peut faire des rotations sur la sphère, sur une boule ? Oui ? Non ? Qui dit non ? .. Qui dit oui ? (...2 oui). On peut, en effet, faire des rotations sur la sphère ; le déplacement par rotation est possible, même si on n'est pas sur un plan ! On a fait ici une rotation d'angle droit et on a affirmé que en faisant cette rotation, le carré donne lui-même ; on utilise pour cela le fait qu'un carré est un quadrilatère dont les diagonales sont d'égales longueurs et se coupent à angle droit. Et si on dessine un carré sur une sphère, est-ce que les diagonales de ce carré se coupent à angle droit ? Qui dit oui ? ... Qui dit non ? ... 1, 2, 3, 4, 5,...8... Qui dit non ? ... personne. Vous avez raison: ce n'est pas évident ! Mais c'est vrai : sur une sphère aussi, les diagonales des carrés se coupent à angle droit.

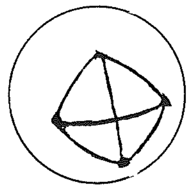


Figure 16

On utilise aussi des propriétés fondamentales des **rotations**, préservation des longueurs, des angles, et des alignements ... Un point se transforme en un point, trois points (alignés) se transforment en trois points (alignés), les segments se transforment en segments. Ainsi montre-t-on que le carré de côté c est préservé et que le triangle numéro 1 devient le triangle numéro 2 .

Le passage au triangle numéro 3 se fait de la même manière. De 3 à 4 aussi. Ah ! et de 4 à 1 ? ... Ça pose un problème de passer de 4 à 1 ! Mais utilise-t-on vraiment le fait que, en tournant une quatrième fois de 90°, on retombe sur le carré du début ? Est-ce qu'on utilise la quatrième rotation ? Jusque là, non, on ne l'utilise pas encore !

Ce que l'on voudrait bien établir, c'est que <u>le grand quadrilatère est un carré.</u> Pour montrer que c'est un carré, il faut déjà montrer que ces 3 points *(Fig. 17)* sont alignés. Qu'est-ce qu'on utilise pour cela ?

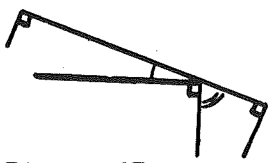


Figure 17

On utilise le fait que cet angle droit plus cet angle là, plus cet angle là, *(Fig. 17)*, ça fait un angle plat ... "La somme des 3 angles d'un triangle est égale à un angle plat", vous vous souvenez peut-être comment ça se démontre ? Si vous vous en souvenez un petit peu : .. on traçait une parallèle ... j'ai bien dit UNE *(quelconque)* parallèle" ...*(Fig. 18)*

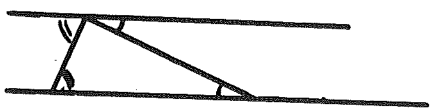


Figure 18

(Intervention d'un élève, inaudible; M. Duchet avait écrit 2π au lieu de π) Ah, oui, pardon ... je n'ai jamais su compter *(rire de M. Duchet, sourires de quelques élèves qui connaissent déjà la différence entre maths et calcul)* ...

Et, en utilisant l'**axiome des parallèles**, on montre que la somme de ces trois angles est un angle plat. C'est quand même rassurant que, pour démontrer quelque chose qui est faux sur la sphère (le théorème de Pythagore n'est pas vrai sur la sphère), on ait utilisé à un moment quelque chose qui n'est pas vrai sur la sphère ! .. C'est vrai pour le plan, ou pour n'importe quoi d'autre pourvu que la somme des angles d'un triangle soit un angle plat.

Peut-on en déduire maintenant qu'on a bien un carré ?

(L'exposé continue, avec des échanges avec des élèves pour savoir si on retrouve bien le point de départ : en ré-utilisant la somme des angles d'un triangle. Puis, M. Duchet évoque la surface d'un carré sur la sphère, qui n'est pas le carré du côté ; et il conclut sur le fait qu'il a utilisé, dans cette démonstration du théorème de Pythagore, deux fois l'axiome des parallèles).

L'OURS

Ce que je veux faire maintenant, c'est montrer que dans les programmes de 1ère et de Terminales se cache (trop bien, d'ailleurs !) une logique profonde : on peut cultiver la Géométrie dans un milieu, dans une ambiance de rotations ; on peut manipuler l'espace de manière mathématique, c'est-à-dire abstraite, c'est-à-dire rigoureuse, c'est-à-dire exempte d'ambiguïté, mais c'est à dire aussi.... féérique et poétique, on peut faire ça avec des rotations.

Avant de démarrer dans le vif du sujet, je vais vous poser une petite devinette. Un explorateur aperçoit un ours. Il tire. Il le laisse là, et il fait un kilomètre vers le Sud. Puis, il fait un kilomètre vers l'est. Et enfin, il fait un kilomètre vers le Nord. Et qu'est-ce qu'il aperçoit ? L'ours qu'il avait tué (!) qui est toujours mort, qui est toujours là !

M. Duchet : Quelle est la couleur de l'ours ? ...

Un élève : Il est blanc.

Le chercheur : Il est blanc, pourquoi ?

L'élève : Parce qu'il est soit au pôle Nord, soit au pôle Sud.

Le chercheur : soit au pôle Sud ??? Comment peut-il faire un kilomètre vers le Sud s'il est au pôle Sud ? ... La réponse donnée est un "bout de réponse"... L'ours est effectivement blanc. L'explorateur peut être au pôle Nord au départ, c'est vrai. Mais il peut aussi être à un autre endroit. Est-ce que quelqu'un voit où il peut être, ..., mathématiquement ?

Un élève: *(indistinct)* ... vers le haut ...

M. Duchet : En haut d'une sphère ? Mais ça, c'est toujours la même réponse du pôle Nord.

Sur Terre, il y a un autre endroit, il y a même beaucoup d'autres endroits, où ça peut se passer ([12])

Comme quoi les mathématiques réservent toujours des surprises.

M. Duchet donne les autres solutions "mathématiques", puis il aborde le cours de l'an prochain : les complexes, présentés par les rotations dans le plan et les "angles" . La séance se termine en S1 avec la diffusion aux élèves de l'interview par M. Duchet de sa famille, cf. IV pages 55-60. (...)

FONCTIONS COMPLIQUEES ?

(Nous passons aux S2: M. Duchet a oublié de s'enregistrer au début ; son intervention consiste à montrer aux élèves comment lui, mathématicien, étudie une fonction ; il leur a demandé de lui donner des fonctions "compliquées", et a d'ailleurs trouvé qu'ils ne lui avaient pas tellement compliqué la tâche, puisque, pour les élèves, une valeur absolue ou une racine carrée, c'est déjà innomable ...[13])

M. Duchet : J'illustre ici l'étude d'une fonction en prenant un exemple (...) *(que le lecteur est invité à reconstituer)*. Voilà. Qu'est-ce qu'on fait au début ? Quand on ne connait pas la fonction, on commence par regarder. Donc la première chose, c'est, disons, EXAMINER LA FONCTION.

----

[12] Le lecteur est invité à les découvrir par lui-même.

[13] La fonction abominable en question était du style:

$\sqrt{\ldots \quad \sqrt{x^{27}+\sqrt{f(x)}}}$ où f(x) ressemblait à $|g(x)|+h(x)/m(|x-3|)$ (g, h, m étant des polynomes de petit degré)

III - La suite de l'expérience

Examiner la fonction, ça veut dire regarder comment elle est construite. Il faut au moins apporter la réponse à la question "Pour quelles valeurs de x peut-on calculer la fonction ?" Ça s'appelle trouver le **domaine de définition** de la fonction: C'est un certain ensemble de nombres pour lesquels l'écriture de la fonction aura un sens, et on pourra calculer.

Mais examiner la fonction, comme on l'a fait tout à l'heure sur vos exemples, ça veut dire aussi faire toutes les remarques qui me passent par la tête.

J'illustre ici par cet exemple. Examiner : je vois qu'il y a une racine, donc j'aurai un problème : il faudra que je puisse prendre la racine, de quelque chose de positif, donc ça me conduit à écrire $x^2 + x$ positif, (ou à la rigueur nul). Il faut que je sache résoudre ça ; et ça, c'est une inéquation du second degré, vous êtes censés savoir le faire. Vous arrivez à la conclusion que ceci **se factorise**: $x(x+1)$, ceci doit être positif ou nul, le produit de deux nombres doit être ≥ 0. Donc, il faut que ... quoi ?...« tous les deux ≥ 0, ou tous les deux ≤ 0 » ! On arrive à: $x \geq 0$ ou $x \leq -1$. Je n'entre pas dans les détails, c'est ce que donne le <u>calcul</u>.

Sur un <u>brouillon</u>, au fur et à mesure que le plan d'étude se déroule, je commence à dessiner mon <u>tableau de variations</u>. Le tableau de variations, c'est ce que j'avais dessiné tout à l'heure : à priori, sont possibles toutes les valeurs entre moins l'infini et plus l'infini ; et, lors de mon examen de la fonction, j'aurai certaines valeurs interdites, ici j'ai tout un domaine interdit entre -1 et 0 . Ca, c'est interdit, il n'y a pas de fonction entre ces deux valeurs.

Ca fait partie aussi de l'examen de la fonction de "regarder ce qui se passe" ... il y a deux points remarquables qui apparaissent, c'est 0 et -1. Pour 0 et -1 le calcul est possible, ici ça me donne 0 , je peux donc inscrire tout de suite que $f(x)$, pour -1 , vaut -1 , et pour 0 me donne 0 . Déjà, dès la première étape, j'ai écrit tout ça.

Dès la première étape aussi, j'examine <u>ce qui se passe au bout de mes intervalles de définition</u> : qu'est-ce qui va se passer "à moins l'infini", qu'est-ce qui va se passer "à plus l'infini" ? Comme cela prend souvent du temps, on peut en faire un II (grand deux), qu'on appelle "L'ETUDE AUX BORNES". Mais il ne faut pas que ça soit le II tout de suite, parce que le II , des fois, c'est long ; l'étude aux bornes, c'est assez long. Il ne faut pas se priver de toutes les remarques qu'on peut faire au départ ! Et là-dessus (... *montrant le tableau* ...), <u>il y a des petites remarques à faire</u>.

Par exemple, qu'une racine d'un nombre, c'est toujours quelque chose de positif ; donc : la fonction sera obtenue en rajoutant quelque chose de positif à x . "Donc ...", c'est une remarque ... je l'écris ici : "je remarque que f(x) est supérieur ou égal à x ". A priori, à première vue, ça ne me sert à rien ; mais en fait, ça sert beaucoup ! Parce que "x", si je le représente graphiquement, c'est une droite ; la remarque me dit que la fonction sera au-dessus de cette droite. Et elle me donne une indication sur ce qui se passe "à plus l'infini" , déjà. Quand x augmente, comme f(x) est plus grand, ça augmente aussi. Donc je sais déjà, sans avoir besoin de calculer, que f(x) tend vers "plus l'infini" lorsque x tend vers "plus l'infini".

Pour 0 , ça vaut 0 , et comme d'après un théorème, chaque fois que j'additionne ou que je multiplie ou que je prends des racines, et caetera, les fonctions que je manipule restent **continues**. Donc, la fonction se rapprochera de 0 quand x se rapprochera de 0 . Donc, je sais déjà que, au voisinage de 0 , la fonction sera nulle, ou presque nulle ; au voisinage de - 1 , elle vaudra à peu près - 1.

Est-ce à dire que l'étude aux bornes est finie ? Eh bien, non. Je n'ai rien fait, encore. Je n'ai presque rien fait : que vaut f(x) , vers quoi tend f(x) lorsque x tend vers "plus l'infini", ou vers "moins l'infini" ? Trouver une réponse, c'est ce qu'on appelle "trouver les **limites**". Et je dois répondre à une deuxième question : "Comment f(x) tend-il vers ces limites?"

Ici, ma fonction tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$. Ça veut dire : "ça grimpe". Mais, comment ça grimpe ? Ça grimpe très vite ? très lentement ? comme une droite ? C'est ce qu'on appelle l'étude des **branches infinies**, qui fait partie de l'étude aux bornes. (Pour être complet, le problème aux bornes comme - 1 et 0 , c'est aussi le problème des **tangentes** aux points remarquables correspondants : toujours le même souci : comment se comporte f(x) près de ses bornes ?)

Dans le cas préçis , ici, comment la fonction tend-t-elle vers plus l'infini ? Eh bien, il faut une certaine dextérité, là, une technique que vous apprendrez, ou que vous avez peut-être déjà apprise. Il faut avoir l'habitude de voir qu'est-ce qui est "le plus important" là-dedans *(désignant l'expression)*, quand x est très grand? Ce qui est le plus important, c'est x au carré. Quand on prend la racine de x au carré, ça fait x , donc ceci *(...geste...)* ne va pas être très éloigné de x , ceci *(...geste...)* ne va pas être très éloigné de 2x.

Comment voit-on ça ? Comment voir ce qui se passe ? C'est en essayant de trouver la limite de $f(x)/x$. Quelle est l'idée ? L'idée, c'est de comparer la croissance de $f(x)$ et la croissance de x . Si le rapport tend vers ... ici, ça tend vers 2 , ça veut dire que la croissance sera à peu près celle de $2x$, donc ça va croître comme une droite. Si vous trouvez que le rapport tend vers plus l'infini, ça va croître beaucoup plus vite qu'une droite. Si vous trouvez que le rapport tend vers 0 , ça va croître beaucoup moins vite qu'une droite. C'est très important comme renseignement.

Dans les cas où le rapport $f(x)/x$ a une certaine limite *a* (ici 2) il faut aussi, évidemment, savoir comparer la fonction par rapport à la droite ax . On a vu que ça croissait à peu près pareil que ax mais est-ce que c'est au-dessus de cette droite ? en-dessous de cette droite? loin de cette droite? près de cette droite? Donc on étudie $f(x) - ax$. Ce qui dans notre cas reviendrait à écrire $f(x) =$ ...sur les explications ici, je vous renvoie aux cours ultérieurs, il faut une certaine expérience pour écrire ce que je vais écrire, mettre x en facteur, x^2 en facteur ici, dans la racine, $1 + \ldots$, la même chose, mais vue autrement, et là je vois beaucoup mieux que quand x grandit, ceci tend vers 0 , ceci tend vers 1 , ceci tend vers 2 , je mets bien en évidence le comportement de $f(x)$ quand x est très grand: $f(x)/x$, je vois tout de suite que c'est ça, et ça tend vers 2 . Et j'étudie $f(x) - 2x$. Là, il faut savoir calculer, parce que je me trouve en présence d'une formule qui n'est pas évidente. $f(x)-2x$, savoir vers quoi ça tend... je n'insiste pas...Vous avez entendu parler de "multiplier par la quantité conjuguée"?

Plusieurs élèves : Oui ...

M. Duchet : C'est ce qu'on utilise ; et on met en évidence le fait que ça, ça tend vers ... je ne sais plus ... vers ... ça doit faire 1/2, ou 1/4 comme limite ... cette fonction-là se rapproche d'une droite qui est d'équation $y=2x$ + cette limite! Ceci est important, puisqu'on va tracer cette droite ; c'est une droite remarquable, ça s'appelle une **asymptote**. S'il y en a, il ne faut pas oublier de le dire : si la fonction se comporte comme une droite au voisinage de l'infini, il faut dessiner cette droite, et il faut savoir dire si la courbe est au-dessus ou en-dessous.

Donc la conclusion de ce plan d'étude des branches infinies, c'est : y-a-t-il des asymptotes (ou, est-ce que "$f(x)-ax$" tend vers une limite *b* ?) et est-ce que "$f(x)$ moins cette asymptote" (i.e.: $f(x) -(ax+b)$), est-ce que c'est positif, ou est-ce que c'est négatif ? Voilà tous les renseignements qu'on vous demande, lorsqu'on dit "étudier les branches infinies".

III - La suite de l'expérience

Dans le II (étude aux bornes) Il reste encore <u>les points frontières remarquables</u> (ici les points sont -1 et 0
L'étude des points remarquables va être obtenu par la dérivée. On voit que le II "étude aux bornes" est, en fait, intimement lié au troisième point. Le III , c'est LA VARIATION.

Pour l'instant, je n'ai rien écrit, sauf au brouillon, tout ça c'est au brouillon, je n'ai encore rien recopié. Pourquoi, je n'ai rien recopié ? Parce qu'au lieu de l'étude aux bornes, il est des fois plus facile d'étudier la variation d'abord. D'autres fois, c'est au contraire l'étude aux bornes qui est évidente, et la variation qui pose des problèmes. En tout cas, vous pouvez toujours étudier les branches infinies en premier.

<u>Les variations</u>. Si vous avez un peu d'expérience du calcul, ce n'est parfois pas la peine de calculer la dérivée. Quand x augmente, ça, ça augmente, la racine augmente ; quand on ajoute deux choses qui augmentent, ça augmente, donc, je sais déjà que la fonction est croissante, ici. Je n'ai pas besoin de calculer la dérivée pour ça. La variation, je l'ai, à droite de 0 . Quand x est négatif, ça pose un peu plus de problèmes. Mais enfin ... je pourrais aussi, sans calculer , arriver à montrer que c'est décroissant.

En effet, je n'ai pas fini, pour cette fonction-là, l'étude pour "moins l'infini". Ça se traite exactement comme pour "plus l'infini", avec la même simplification, avec l'utilisation de "multiplier par la quantité conjuguée". On trouve que cette fonction là, pour "moins l'infini", f(x) tend vers - 1/2 . Pendant le calcul qui nous a amené à ce résultat, on s'est aperçu, en fait, sans faire de calcul spécial, que la fonction était décroissante à gauche de 0. Donc, pour cette fonction là, il n'est pas utile de calculer la dérivée, sauf si on veut préciser par un tel calcul la tangente en -1 et en 0 . <u>Il ne faut pas se croire obligé de calculer la dérivée</u>. Ce n'est pas un moyen magique pour avoir la variation.

Et ce n'est pas le meilleur moyen ! Ça peut être compliqué de calculer la dérivée. Ici, calculer la dérivée, ce n'est pas facile : il faut savoir dériver "racine", il faut savoir dériver la racine d'une autre fonction : non, ce n'est pas du tout évident de calculer cette dérivée. Mais, en tout cas, ne pas perdre de vue la question à laquelle on doit répondre : est-ce que "ça monte", ou, est-ce que "ça descend ?" La conclusion du III doit être "cette fonction a tel sens de variation".

Mais enfin ... pourquoi fait-on tout cela ?

On fait tout cela pour avoir un dessin le plus fidèle possible du comportement de la fonction ; pour pouvoir répondre à des questions du style de tout à l'heure : pour quelles valeurs de x la fonction vaut-elle 0,5, pour quelles valeurs de x est elle supérieure à 10.000, etc... ? Voilà le genre de questions auxquelles on veut savoir répondre à la fin de l'étude.

Pourquoi "<u>à</u> <u>la</u> <u>fin</u> ?" Parce que, si on n'a pas fait tout ce qui précède, on est incapable de dessiner ! Si l'énoncé ne vous donne pas d'unité, c'est à vous de choisir les unités, c'est à vous de

<u>mettre</u> <u>en</u> <u>valeur</u> <u>la</u> <u>fonction.</u>

en la dessinant d'une manière intéressante. ("IV": DESSIN DE LA FONCTION).

A titre d'illustration, pour cette fonction-là, entre 0 et -1 , il ne se passe rien, pour -1 , on a vu que ça valait -1 ; si on fait une étude aux bornes[14], on s'aperçoit que la tangente est verticale, ça part comme ça ; et comme f(x) tend vers -1/2 , pour x "très à gauche", la courbe tourne tout doucement, et se rapproche ainsi de -1/2, en restant au dessous (vu la variation de f). Pour 0 , ça vaut 0 , l'asymptote est par là *(dessin simultané au tableau...)*, et la fonction ... avec une tangente verticale ... et ça fait comme ça ...

(...)

En résumé, il faut suivre le plan à la lettre, sans oublier de faire des remarques pour simplifier, et avec un but très précis, qui est d'obtenir le graphe. Alors, attention. Il y a des tas de remarques à faire tout au cours de ce travail. On peut s'apercevoir de tas de choses en faisant les calculs, faire des tas de remarques. Il ne faut surtout pas oublier, pour le moins, celles-ci : quand on dessine le graphe, est-ce qu'il y a des <u>symétries</u> qui apparaissent ? Et est-ce qu'il y a des <u>asymptotes</u> ? Si vous dessinez une fonction qui a une asymptote, sans marquer l'asymptote, c'est vraiment très embêtant ; de même si vous dessinez de manière non-symétrique une fonction qui a une symétrie. Des techniques simples suffisent souvent pour mettre en évidence des symétries, des

----

[14] ici, on peut utiliser un calcul de dérivée, mais la méthode générale des développements limités est meilleure.

périodes, des propriétés remarquables [15]... changer de variable, de coordonnées, changer x en -x , ..., en 1/x ... etc ... tout cela au moment du I ("examen de la fonction") que l'on met alors, enfin, AU PROPRE !

Si vous maîtrisez votre programme, et si vous savez votre cours, vous pouvez étudier n'importe quelle fonction aussi compliquée qu'elle puisse paraître au départ. Ce qu'il faut, c'est, quand même, savoir faire les calculs, savoir ce que c'est qu'une dérivée : il faut quand même savoir des choses.

Il y a des questions ? ... Pas de questions ? ...Vous avez tout compris ?

(...) *(.. à un élève ..)* A quel moment ? ... Là ? C'est parce que je ne suis pas entré dans les détails, c'est du calcul. Il faut que vous appreniez des techniques qui vous permettent de calculer la limite d'une expression. Vers quoi tend ceci ou cela, quand x augmente ? Cela n'est pas facile, donc on va vous apprendre à manipuler des expressions pour y arriver. Je n'entre pas dans les détails. Ça fait partie d'un autre chapitre du cours qui est "étude des limites". Vous avez des théorèmes généraux sur les limites qui vous permettent d'accélérer les calculs, mais il faut une technique de calcul, et qui s'éclaire avec la pratique du calcul. Sur ce point, effectivement, je ne suis pas entré dans le détail, pas du tout.

***

Maintenant, je vais vous passer la petite interview que j'ai faite de ma famille. Il faut savoir que l'autre 1ère S a délégué quatre élèves. Ils sont venus m'interroger quand j'étais à l'Université, pour me demander des tas de choses. Ce qui les intéressait particulièrement, c'étaient mes opinions politiques. Ce qui les a aussi beaucoup intéressés, c'est ce que je leur ai dit sur les Femmes et les Mathématiques. *(...Rires...)*. Et ce qui les a beaucoup amusés, c'est quand je leur ai dit que les mathématiques étaient l'un des rares métiers où on pouvait travailler couché *(...Rires...)* Suite à la discussion, ces élèves m'avaient demandé d'interviewer ma famille, ce que j'ai fait.

(La séance se termine donc, comme en S 1, par l'écoute de la cassette, voir IV pages 55-60)

----

[15] sans oublier les maxima, minima, points d'inflexion de la courbure et autres points remarquables (intersection avec les asymptotes ou avec d'autres droites remarquables....

QUATRIEME PARTIE :

LES INTERVIEWS.

(Pierre Audin et Pierre Duchet)

1. D'UN MATHEMATICIEN

(Auto-interview de M. Duchet, le 14 décembre 1985 : ses théorèmes)

(...)

Je vais vous donner quand même un exemple de théorème que j'ai démontré, moi. *(...murmures...)*. Je vais vous donner deux exemples.

Prenons un ensemble de n objets et essayons de compter tous les **arbres**, c'est-à-dire tous les graphes sans cycle que l'on peut former en liant ces objets.

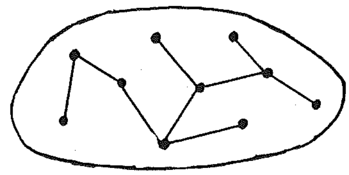


Figure 19

Compter ce nombre de graphes est un problème (relativement) facile. Ca a été fait vers 1900. On arrive à une belle formule; il y en a exactement "n puissance n-2":

$$n^{n-2}$$

Il me faudrait pas mal de temps pour vous montrer cette formule, bien que le résultat soit très simple.

Alors, ce que j'ai fait ?

J'ai généralisé complètement ce problème, en prenant plusieurs ensembles. Et je sais compter le nombre d'arbres dont la trace sur chaque ensemble soit encore un arbre. *(dessin au tableau, Fig. 20)* Voilà un exemple d'arbre, tel que chaque partie est bien un arbre. Ca donne une formule ...longue.

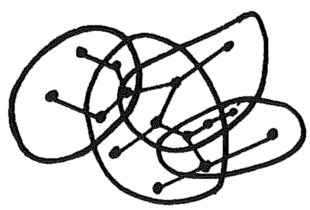


Figure 20

Voilà un exemple de résultat, et de résultat qui n'est pas tellement intéressant. Pourquoi ? Parce que ça donne une formule longue, et puis je ne vois vraiment pas à quoi ça peut servir. Mais j'ai quand même travaillé six mois pour obtenir ce machin.

(... rires, brouhaha ...).

Un deuxième exemple. Cette fois-ci, celui-là, heureusement, il sert. Il n'est pas difficile de comprendre que c'est très important de savoir déterminer, si on a des phénomènes qu'on peut représenter par des courbes (prenons les cas des courbes pour simplifier) de déterminer, quand on a de belles formules, et des machines qui donnent ces courbes-là, de déterminer les points d'intersection de ces courbes. Il y a plusieurs méthodes mais enfin, la plus jolie, c'est ce qu'on appelle la méthode des projections. On part d'un point, n'importe où, on se projette sur une courbe A , puis sur B , etc .., et on va converger vers le point d'intersection. C'est assez simple à comprendre.

Alors, quel est le problème que je me suis posé ? Il n'était pas posé par d'autres, mais il va avoir des applications pour la recherche de solutions pour deux courbes qui se croisent. Prenons une famille de droites, un ensemble de droites absolument quelconque, dans le plan. Et faisons une promenade de la manière suivante : on part d'un point, et on se re-projette. Et puis on choisit encore une droite et on se projette, et ainsi de suite.

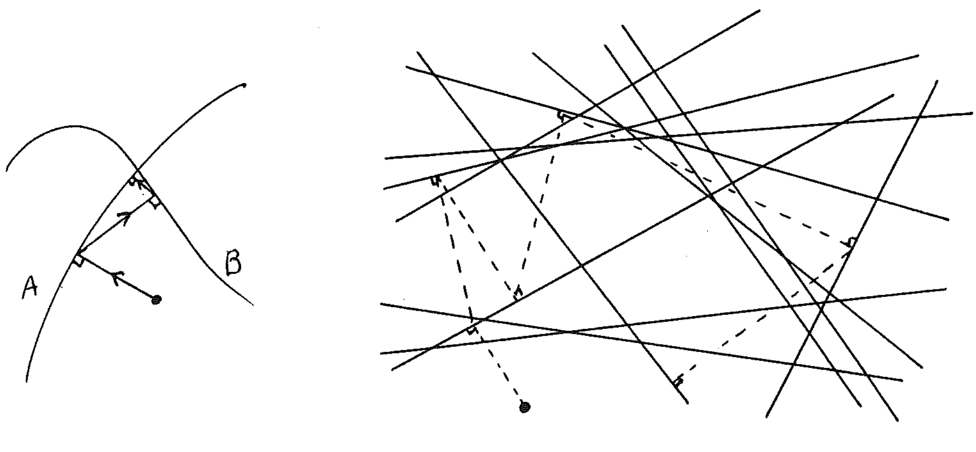


Figure 21

Il y a deux cas qui peuvent se produire. Soit je reste tout le temps au voisinage du tableau, c'est-à-dire : je ne serais jamais obligé d'aller dans la cour, c'est-à-dire je peux enfermer ma promenade dans un disque. Ou alors, je ne peux pas. Il y a des exemples où on ne peut pas.

Je donne un exemple que vous connaissez peut-être déjà : l'hyperbole. On la représente avec son image miroir. Ca donne quelque chose comme ça *(Fig. 22)*.

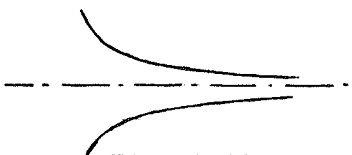


Figure 22

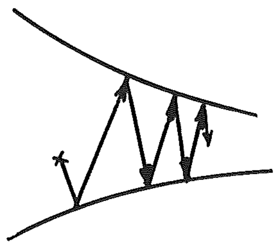


Figure 22 bis

Comme famille de droites, on prend la famille des droites qui touchent cette hyperbole : ça donne une famille qui est infinie. Eh bien, si je fais la promenade suivante : je me projette sur une courbe, puis sur l'autre, ou, ce qui revient au même, sur la droite qui touche ; et bien (on peut le calculer), on voit que j'irai à ...Paris, et même plus loin,...je ne m'arrêterai jamais *(rires)*. C'est bien par là (--->), Paris ?

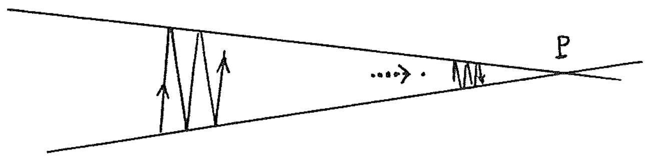
Alors, qu'est-ce que j'ai fait ? J'ai donné une **caractérisation** (j'ai vu que le mot apparaissait dans un de vos devoirs, d'ailleurs ; c'est une terminologie nouvelle : il y a 20 ans, on ne parlait pas du tout de caractérisation. c'est très bien d'en parler), c'est-à-dire une propriété simple qui caractérise ce problème. Trouver une certaine propriété telle que si la propriété est vraie, jamais je n'irai à l'infini, je resterai toujours dans un certain disque. Et si la propriété est fausse, je pourrai m'en aller à l'infini, si je choisis mal mes projections. Voilà ce qu'est une propriété caractéristique.

Eh bien, on peut, pour ce problème là, trouver une propriété caractéristique très simple. Si je prends mon fagot de droites, elles se coupent en des points : il y a beaucoup de points. S'il y a une infinité de droites, il y a énormément de points, il y a une infinité de points aussi (en général).

Le théorème est le suivant :

Si je peux enfermer tous ces points d'intersection dans un disque, alors toutes mes promenades seront enfermées dans un disque (pas forcément le même !). Par contre, si mes points ne sont pas enfermés dans un disque, s'il y a une infinité de points, et qu'il y en a aussi loin qu'on veut, s'il y a des points d'intersection qui vont très loin, eh bien, dans ce cas, il y a des promenades qui vont très loin aussi.

Cette dernière affirmation est d'ailleurs assez facile à comprendre. Parce que si il y a des points d'intersection qui sont très loin (très loin, mettons que ça soit là, en P), *(au croisement de deux droites)* si je fais la promenade qui consiste à choisir cette droite, puis celle-là, puis celle-ci, alternativement, *(alternativement chacune des deux droites)* je vais me rapprocher de ce point P .



Donc j'irai, s'il y a des points aussi loin que je veux, j'irai aussi loin que je veux avec des promenades de ce type. Ainsi, la partie intéressante de ce théorème est *(la réciproque , à savoir)* que, si tous les points sont dans un disque, toutes les promenades sont aussi dans un disque. Voilà, Ce type de résultat a une application pratique pour la rapidité des méthodes de calcul d'intersection de courbes Ainsi, on n'est pas toujours déçu de travailler sur un problème.

Le fait est, que, la plupart du temps, lorsqu'on trouve quelque chose, on ne sait absolument pas à quoi ça va servir, on s'en aperçoit dix ans, vingt ans après *(...rires)*. Bien souvent, on est persuadé qu'on ne verra jamais de son vivant l'utilité de son théorème. L'utilité de compter le nombre d'arbres, je n'en sais absolument rien. Par contre, pour trouver le nombre d'arbres, j'ai été amené à essayer de comprendre la manière dont fonctionnait la disposition des arbres à l'intérieur d'un ensemble et ça, ça a beaucoup servi! En particulier, à organiser des questionnaires: On aime bien, quand on pose une série de questions à des gens, ordonner ces réponses de la manière la plus agréable possible. La manière la plus agréable possible, c'est une manière linéaire. Il y a tel produit que tout le monde déteste, et il y a un produit que tout le monde adore, il y a une chaîne entre ces préférences. En général, les questionnaires, c'est un vaste fouillis. Et ma méthode va permettre de faire un peu moins fouillis.

(... un doigt se lève ...) Oui ?

Un élève : Comment choisissez-vous le but de vos recherches, quelle propriété vous allez ...?

Le chercheur : Ca, ça dépend de la personnalité de chaque chercheur. Il y en a qui aiment bien être dirigés, c'est-à-dire ils font confiance à leur directeur de recherche, leur patron de labo, qui leur donne des problèmes que le patron considère comme intéressants et faisables. Parce qu'il y a des problèmes dont on sait qu'ils sont vraiment très, très difficiles, et il faut vraiment un Einstein pour y arriver, et encore, ce n'est pas sûr.

Et puis, il y a des chercheurs qui sont plus indépendants. Moi, je suis plutôt du style indépendant. C'est-à-dire, j'ai toujours refusé de faire ce qu'on me dit de faire. Donc, je choisis mes problèmes en lisant. Je lis, il me vient des idées. Des idées de propositions. Je ne sais pas si elles sont vraies ou fausses. Je réfléchis dessus. Quand je tombe sur quelque chose dont je ne sais pas si c'est vrai ou faux, et dont personne ne connait la réponse, je réfléchis dessus. Ca vient comme ça. Il y a tous les styles ...

2. D'UN CHERCHEUR

(Extraits de l'interview de M. Duchet par des élèves, à Jussieu, le 14 mars 1986)

Un élève : Interview avec M. Duchet!... Qu'est-ce qu'un chercheur ?

Le chercheur : Difficile première question. Je pensais plutôt que c'était un problème de conclusion, en somme, parce que ça pose tous les problèmes à la fois. Qu'est-ce qu'un chercheur ? (Je réponds d'abord, pendant tout le début de l'interview, d'une manière spontanée, et après, j'essaierai d'être plus réfléchi, vers la fin). Un chercheur, c'est quelqu'un, à mon avis, qui doit être fou *(...rires...)* et passionné. C'est quelqu'un qui place ce qu'il fait au-dessus de tout le reste.

L'élève : Tous les chercheurs sont comme ça ?

Le chercheur : Oui, je pense, oui, tous les chercheurs sont comme ça, au moins au début. Et puis, évidemment, après, ça évolue ; on change, et puis, il y en a qui cessent d'être chercheurs parce qu'ils ont perdu la foi, d'autres qui continuent à chercher, bien qu'ils aient perdu la foi. Mais je pense qu'au départ, il faut ... oui, une espèce de foi, il faut y croire et vraiment être complètement passionné. Je pense que c'est au départ, cela, aussi bien un chercheur d'or qu'un chercheur de théorèmes.

L'élève : Mais comment vous est venue cette vocation pour les maths ?

Le chercheur : Ça m'est venu en regardant les étoiles. Oui, à partir de l'âge de 4-5 ans, on commençait à pouvoir aligner 4 étoiles dans le ciel, on commençait à se poser des problèmes. Donc, j'ai commencé, moi personnellement, par l'Astronomie. Et puis, plus tard, comme je me suis aperçu qu'il fallait, pour faire de l'Astronomie d'une manière valable, il fallait comprendre quelque chose en Physique et en Mathématiques, j'ai fait des maths. Et puis, je n'ai pas arrêté, parce que ça m'a plus plu que l'Astronomie. *(...rire...)*

L'élève : Vous étiez bon, à l'école ? Je veux dire, à partir de la Seconde ?

Le chercheur : Oui. Même avant. Enfin, je veux dire, je pense que, dans la société actuelle, pour être chercheur à plein temps, donc au C.N.R.S. ou à un organisme de Recherche du même style, il faut avoir fait déjà des preuves de qualité avant l'âge de 21 ans, 22 ans, et pour avoir fait ces preuves là, il faut avoir montré des dispositions très, très jeunes. Je dirais aux environs de la Sixième, la Cinquième. Je ne connais pas d'exemple de collègue qui se soit revélé très tardivement en maths, en Seconde ou en Première. Il y a toujours quelque chose qui couvait en Sixième-Cinquième. Des fois, c'était dans un autre domaine, mais toujours, il y avait l'esprit, l'avidité de recherche très tôt. Je ne connais pas de contre-exemple à ça.

L'élève : Mais est-ce que vous étiez aussi bon en maths que dans les autres matières ?

Le chercheur : Au début, c'était à peu près pareil. Et puis, dès que ça plaît ... j'ai fait ... plus que ça, pratiquement. *(...Rires...).* Mais ça, il faut pouvoir évidemment se le permettre, c'est-à-dire avoir suffisamment confiance en soi pour pouvoir se permettre de ne pas travailler les autres matières. Et j'ai eu d'ailleurs des ennuis en Physique à cause de ça.

Un **élève** : Mais comment on s'arrête de chercher ?

Le chercheur : Je ne sais pas encore. Je ne me suis jamais arrêté. *(...Rires...)* Je ne comprends pas très bien la question. S'arrêter de chercher?... Comment il y en a qui arrêtent ? ou comment, moi, personnellement, ça m'est déjà arrivé d'avoir envie de m'arrêter ? ... Ca ne m'est pas arrivé avant ... tout récemment. Effectivement, au bout de 10, 15 ans de recherche, il y a certains moments de ... non pas de lassitude, mais de déjà vu, de déjà connu... On aime toujours des choses nouvelles!. Et ... peut-être un petit peu moins d'appétit de découvertes ... je ne sais pas ce que ça va donner dans 5, 10 ans. Il faudra revenir.

L'élève : En somme, plus il y a d'années de recherhce, et plus on revient au départ, on fait des choses déjà vues. On tourne en rond, au bout d'un certain temps.

Le chercheur : En rond, non. Mais on acquiert une telle expérience, qu'il y a beaucoup moins de problèmes qui sont nouveaux. Les théorèmes, il y a toujours des théorèmes nouveaux, mais qui ont une forme déjà vue, une allure déjà vue. La manière de les trouver, les idées à mettre en oeuvre pour les trouver sont de moins en moins nouvelles. A moins qu'on ne soit un génie, ce qui n'est pas mon cas. *(...Rires).* Les génies ... justement, non, je ne me considère pas comme un génie, je considère qu'il y en a, mais c'est effectivement très rare. Ce sont des gens qui ont perpétuellement des idées nouvelles.

L'élève 2 : C'est ça, pour vous, un génie, quelqu'un qui a toujours des idées nouvelles ?

Le chercheur : Oui, qui n'est jamais à court d'idées nouvelles. Pour moi, c'est ça.

L'élève 3 : Il y en a beaucoup, ici, au CNRS des génies ?

Le chercheur : En France, j'en connais un ... qui est immigré. Parce qu'il y a beaucoup, dans le domaine de la Recherche Scientifique, il y a beaucoup de travailleurs étrangers. Emigrés ou immigrés, suivant de quel point de vue on se place.

Et c'est souvent ceux qui sont déracinés ou émigrés qui ont la plus grande motivation pour se battre, parce que c'est plus difficile pour eux. C'est plus difficile au point de vue conditions matérielles, au départ. Et puis, au point de vue Recherche, ça devient aussi, pour eux, plus facile, à partir d'un moment, vu qu'ils ont moins d'attaches familiales. Souvent, ils sont célibataires, souvent ils n'ont pas d'enfant. Et ça, ce sont des choses très importantes pour la Recherche.

Un génie, je dirais, c'est quelqu'un qui est célibataire, qui n'est pas marié, qui a le temps d'être un génie, déjà : qui a aussi la culture d'être un génie, c'est-à-dire qui a beaucoup travaillé ; et qui sait rester jeune tout le temps, en plus ... rien que ça ! Ce sont des choses assez rares, ... réunir ces trois qualités là. Et en outre il ne faut pas être incompris, sinon on n'est pas vraiment un génie. (...Rires...)

L'élève 1 : Il y a une question, là, chercher ...

Le chercheur : ... Je n'ai pas répondu complètement à la question; on a dévié sur les génies. C'était sur ...

L'élève 2 : C'était "Comment on s'arrête de chercher "?

Le chercheur : Oui, c'était comment on s'arrête de chercher, ... oui. Je crois qu'on s'arrête de chercher par lassitude ... oui, la lassitude, c'est-à-dire l'impression de tout avoir trouvé. Non, pas de tout avoir trouvé, mais ... par exemple, quand on cherche de l'or, et qu'on a trouvé deux ou trois mines d'or, on n'a pas envie de chercher la quatrième, même si on a besoin d'argent. L'appétit de la découverte n'est plus là!

L'élève 3 : Il faut déjà être un bon chercheur, aussi, pour trouver ...

Le chercheur : Pour trouver quatre mines d'or, il faut déjà être très bon *(... Rires ...)*. Il y en a aussi qui abandonnent, mais est-ce qu'on peut dire qu'ils étaient chercheurs au départ ? Ils abandonnent parce que, justement, ils ne trouvent pas assez de résultats, et qu'ils se découragent. Ce qui est très important (il y aura peut-être d'autres questions là-dessus, justement) je crois, c'est qu'on peut arrêter d'être chercheur à cause des autres. A cause de ce que les autres pensent de vous. Quand on est chercheur, non seulement on réfléchit sur ce qu'on pense de soi, soi-même, on se regarde beaucoup dans la glace, mais l'opinion des autres a énormément d'importance.

L'élève 2 : On peut être mis à la porte ?

Le chercheur : En théorie, oui, en pratique, c'est arrivé une seule fois. (Et il fallait vraiment qu'il l'ait cherché) *(... Rires)*.

L'élève 3 : Vous parlez des autres, mais c'est la famille... ?

Le chercheur : Non, les autres, c'est les collègues, pas tellement les collègues du C.N.R.S., mais les gens qui occupent la même position que vous dans les autres pays, qui sont à même de juger vos travaux. Soit ils vous ignorent, soit ils vous connaissent. Si ils vous ignorent, c'est mauvais signe.

L'élève 2 : Vous n'avez pas beaucoup de contacts avec l'étranger ?

Le chercheur : Si, on en a beaucoup, justement. Mais, ce qui fait le rayonnement d'un chercheur, c'est ce qu'en pensent les autres chercheurs. On fait des mathématiques pour les autres mathématiciens. Parce que ce sont les seuls qui sont capables de comprendre ce qu'on fait.

L'élève 4 : Et ça ne vous dérange pas qu'il y ait seulement les mathématiciens qui vous comprennent, parce que ...?

Le chercheur : C'est ça la passion, et ça rejoint la première question. Si ça nous dérangeait, on ne serait pas chercheurs.

L'élève 2 : Vous n'aimeriez pas avoir une autre célébrité ? Etre plus connu, de plus de monde ?

Le chercheur : Ah si ! Au début ! Je pense qu'on se rend compte quand même ... On devient réaliste, au bout d'un moment. *(... Rires ...)*.

Si on n'est pas devenu célèbre à 25 ans, on n'a pas trouvé de gros truc, c'est plus dur, après ... C'est plus facile de creuser son trou, jeune, justement parce que on n'est pas connu. Si un jeune a un bon résultat, on dit "voilà quelqu'un de prometteur". Si on a déjà 25, 30 ans, et qu'on n'a pas eu de grand résultat, personne ne s'attend à ce qu'on ait un grand résultat dans les dix prochaines années.

L'élève 1 : En somme, ça se joue entre 20 et 25 ans ?

Le chercheur : Non, je ne dis pas ça. Je dis que c'est plus facile à vivre si on est bon, tôt. Sur le plan de "tôt ou tard", il y a tous les cas de figure. Il y a une idée courante qui veut que, à 25 ans, on soit cuit. Mais ça, non, ce n'est pas du tout vrai, ça. Ce n'est pas du tout ce que je constate, ni autour de moi, ni pour moi-même. Pour moi, au contraire, je constate qu'avant 25 ans, je ne valais pas grand chose ; de 25 à 30 ans ... je ne valais pas grand chose non plus ; je commence à valoir quelque chose *(...Rires...)* après 30 ans. Et j'espère que ça va s'améliorer (mais ça, c'est une question de personnalité). Il y en a qui, au contraire, effectivement, s'épuisent, n'ont plus d'idées, ont tout donné très tôt. Après, ils sont entrés dans une routine, et il n'y a plus d'idée nouvelle. Il y a des personnalités très différentes.

Regardez l'exemple, au passage, c'est assez amusant, de quelqu'un qui s'appelle Apéry, qui n'avait jamais rien produit de toute sa vie, qui était un peu fantaisiste, comme tous les mathématiciens se plaisent à l'être. Il était réputé comme fantaisiste, mais pas comme mathématicien. Et puis, à l'âge de ... il était déjà à la retraite, à 70 ans ou 71 ans, il a trouvé un résultat extraordinaire, très très bon *(...Rire...)*, un résultat que tout le monde cherchait depuis plusieurs centaines d'années. Personne n'a voulu le croire au départ. Il avait une réputation de fantaisiste, personne n'a cru que sa démonstration était juste. Et puis, on a vérifié, et puis, elle était juste. Elle était très simple, en plus, tout à fait géniale. C'est rare que ça soit à ce point là : ne rien produire ...(enfin, ne rien produire ... on produit toujours des choses ...), ne rien produire de vraiment très joli et très beau, jusqu'à 70 ans, et de produire quelque chose à 71 ans. Mais ça existe aussi.

L'élève 2 : Il y a des traits de caractère communs à tous les chercheurs ? Est-ce qu'on peut faire un portrait type du chercheur ?

Le chercheur : Ca rejoint toujours la première question ...

L'élève 2 : Oui

Le chercheur : ... Qu'est-ce que c'est qu'un chercheur ? Je crois avoir dit tout à l'heure ce qui était vraiment en commun. En commun, c'est quand même la passion ... des maths quand on est chercheur en maths. Et avec les autres chercheurs que j'ai pu contacter, en Biologie, en Chimie, en Physique Nucléaire, même aussi en Littérature, en Histoire, il y a toujours cette même passion pour ce qu'ils étudient. Ca semble vraiment être le dénominateur commun. C'est la caractéristique commune.

Et puis leur qualité (que certains n'ont pas, mais enfin), celle qui les rend efficaces, c'est d'être toujours curieux. Quand je dis curieux ici, ça parait évident pour un chercheur d'être curieux, je pense, être curieux des recherches des autres, et pas forcément que des siennes. Etre curieux de tout ce qui se passe comme phénomène de découverte, curieux d'idées que, même dans un domaine complètement différent du sien, on peut quand même prendre et utiliser. Un esprit d'ouverture très très large. C'est en général comme ça que sont les très bons chercheurs.

L'élève 1 : N'y a-t-il pas combatiiii ... des combats entre les chercheurs, c'est-à-dire, vous dites que vous faites des maths pour les autres chercheurs.

L'élève 4 : Il n'y a pas de concurrence entre les différents chercheurs ?

Le chercheur : D'accord...

Non, je n'ai pas dit "pour eux" on ne les fait pas pour eux. Je dis qu'il n'y a qu'eux qui peuvent les comprendre. Oui, ça créé des rivalités, bien sûr. Parce que il y a des problèmes qui sont beaucoup recherchés. Il y a beaucoup de personnes qui les cherchent en même temps. Et puis, la première qui trouve va évidemment publier le résultat. Ce n'est pas tellement la jalousie, tout ça. Mais c'est que ceux qui ont dépensé du temps pour faire quelque chose qui est déjà fait, ils ne le savent pas forcément. On peut très bien trouver un truc aujourd'hui, et puis apprendre quatre à cinq mois après que quelqu'un d'autre avait trouvé la même chose un an avant soi (parce qu'il y a un délai de publication qui tourne autour de deux ans, trois ans, ça dépend des revues). Donc, si on n'a pas ces échanges internationaux très fréquents, on risque de perdre du travail uniquement parce qu'on n'est pas au courant.

L'élève 2 : C'est quoi, les moyens de faire connaître vos recherches ?

Le chercheur : Les moyens de faire connaître les recherches ? Essentiellement les colloques. Ça paraît toujours un peu bizarre aux gens qui ne connaissent pas le métier, que ça puisse être important de se réunir dans un endroit, pour que chacun prenne la parole une demi-heure ou une heure, dise des choses que les autres ne comprennent, en général, absolument pas. Parce que la mathématique, ça passe très mal, sur le plan oral, c'est très difficile. Entre nous, on ne se comprend pas, c'est vrai: soit on passe une journée à expliquer quelque chose proprement dans le détail, soit on est génial et on explique très bien, mais ça, c'est très rare. Mais l'exposé moyen est incompris de 99 % des gens. Ce n'est compris que du spécialiste qui est dans la salle, qui a essayé un même truc, et qui n'a pas trouvé, qui peut comprendre ; c'est tout.

Mais c'est quand même très important de se rencontrer. Parce que, d'abord, on sait ce que les autres ont fait, on voit comment ils cherchent, même si on n'a pas compris le résultat. Et puis, c'est, surtout, les discussions qui se passent en dehors, à table, etc . C'est là où on discute mathématiques. Parce que là, on discute des idées, on discute des problèmes ouverts. Et puis on échange les notes rédigées, etc ... Quand on fait des notes de frais pour les colloques, c'est tout à fait justifié. On ne vole jamais; on n'est pas là pour ça!

L'élève 3 : Et est-ce que ça arrive que vous soyez deux sur le même problème, en même temps ? En le sachant ?

Le chercheur : Oui, c'est ce que j'ai dit tout à l'heure. Mais même pas deux. On peut même être une quinzaine. Oui, ça arrive. Je connais même des exemples ou ... ce sont des compétitions ouvertes, où on se dit : "nous, on est plus intelligents qu'eux, on va trouver avant eux". Donc, on cherche quand même !

Les gens savent parfois qu'ils sont plusieurs sur le même problème. Mais le plus souvent, ils ne le savent pas! C'est ce qu'il y a encore à améliorer, c'est la communication entre ces gens-là.

La communication est rendue difficile par les problèmes de langues, déjà; si on ne connait pas l'anglais, on ne peut pas faire de maths. Ça parait bizarre, peut-être, dit comme ça, mais c'est complètement vrai. On ne peut pas faire de maths de recherche si on ne sait pas écrire anglais, si on ne lit pas l'anglais. Et on fait de meilleures mathématiques si on sait aussi très bien parler anglais, parce qu'on peut aussi échanger des idées avec les Anglais, et avec tous ceux qui parlent anglais.

Bon, il y a ce problème de langue. Et puis, il y a les problèmes politiques, qui font que des pays ne consacrent pas assez d'argent à la Recherche. Donc ne paient pas ... n'organisent pas de colloque. Donc les chercheurs de ces pays ont du mal à se mettre au courant, et leurs recherches en souffrent. Ce sont les deux gros problèmes. Le problème de communication est fondamental.

L'élève 2 : Vous dépendez de l'Etat, alors, beaucoup ?

Le chercheur : Ah oui. Tout à fait. Complètement. Si l'Etat ne nous donne pas, par exemple, assez d'argent pour acheter des bouquins, on est coincés. On a à tout prix besoin de bouquins, de revues, et de communiquer pour faire des recherches correctes. Matériellement, tous les jours, on peut travailler simplement avec un crayon et une feuille de papier. Mais concrètement, il faut aussi toute une infrastructure. Il faut des bouquins, il faut du courrier, il faut des voyages. Ce n'est qu'en fait 50 % du temps où on se trouve vraiment face à la feuille blanche.

L'élève 1 : Mais chercher quelque chose, ça ne suppose pas que l'on sait déjà ce qu'on va trouver ? C'est-à-dire, démontrer des résultats ?

Le chercheur : Ah ça, j'aime bien cette question ! Parce qu' elle touche au fond du truc. Si ! Je crois qu'on ne peut trouver que ce qu'on sait déjà qu'on va trouver, avant. On ne cherche jamais au hasard, ou alors, si on cherche au hasard, on ne trouve pas. Pourquoi ? C'est assez simple à expliquer: parce que <u>les mathématiques</u>, et je pense que c'est vrai dans la plupart des sciences, <u>marchent d'une manière explosive</u>.

Il y a des connaissances de base, qu'on apprend très tôt, avec lesquelles on ne peut pas faire grand chose. Pour aller plus loin, on est obligé d'introduire des langages de plus en plus spécialisés pour ne pas dire de bâtises (parce que si on n'a pas de langage précis, on ne peut pas représenter la réalité d'une manière intéressante. Déjà à un niveau moyen, il y a beaucoup de branches, qu'on connait : Algèbre, Géométrie, Analyse, Arithmétique. Ce sont les branches classiques. Chacune se subdivise en sous-branches : l'algèbre en théorie des groupes, par exemple, en algèbre commutative, non-commutative, etc ... Des tas de subdivisions... Et puis, dans chacune de ces subdivisions, ça se subdivise encore. Tout simplement parce que la recherche s'accélère. On a fait plus de mathématiques en dix ans qu'en mille ans, en tout. Et cette accélération ... s'accélère. Autrement dit, pour ce qu'actuellement on met dix ans à trouver, dans dix ans, on mettra moins de cinq ans.

L'élève 2 : Il n'y aura pas une saturation ?

Le chercheur : Si, justement. On est en phase explosive. Une phase explosive, on ne sait pas quand ça s'arrêtera, mais ça s'arrêtera forcément, ça ne peut plus durer. C'est comme la démographie galopante au Mexique (entre autres exemples): ça ne peut plus continuer comme ça. Ce n'est plus possible. Si ça continuait au taux actuel, il y aurait au Mexique plus d'habitants que sur le reste de la Terre, dans vingt-ans (quelque chose comme ça). Ce sont des choses, des phénomènes qui ne peuvent pas durer, mais je ne crois pas qu'on puisse prévoir comment ça va s'arrêter, comment ça va freiner, comment ça va se ralentir.

L'élève 1 : Vous dites qu'on a inventé plus de choses en 10 ans, au point de vue mathématiques, qu'en mille ans ...

Le chercheur : Au point de vue volume. Je ne juge pas en qualité. Au point de vue volume de qui est écrit.

L'élève 1 : Comment ça se fait, qu'alors, à l'école et partout, on nous enseigne des trucs qui datent de mille ans ...*(...rires des élèves ...)*, mille ans de recherche mathématique. Et les dix ans que tous les chercheurs ont passé à écrire des trucs, à démontrer des trucs, ne sont pas à la portée du public ...

Le chercheur : Parce que l'Enseignement a environ soixante ans de retard ...

L'élève 1 : Donc, dans soixante ans, on apprendra aux élèves ...

Le chercheur : Oui, les choses utiles qu'on fait. Parce qu'il y a aussi des choses qui ne serviront pas, qui ne seront pas utiles.

L'élève 2 : Et ça ne vous fait pas quelque chose, quand vous trouvez quelque chose qui ne sert à rien ? Vous n'êtes pas ...

Le chercheur : On ne découvre jamais quelque chose qui ne sert à rien. On ne sait pas si elle sert à quelque chose, ou pas. Et on sait qu'on ne le saura pas. Parce que, en général, ce n'est pas avant cinquante ou soixante ans, qu'on sait si quelque chose va être utile. Des fois, il a fallu attendre deux cents ans avant que ça soit utile. Des fois, ce n'est jamais utile. Des fois, c'est utile tout de suite. On ne le sait jamais à l'avance.

L'élève 1 : Alors pour les chercheurs, la gloire, c'est une gloire posthume, en quelque sorte.

Le chercheur : Sur le plan psychanalytique, la vie du chercheur, intime, c'est difficile, justement. Si il est célèbre, ce n'est pas à cause du fait que son résultat mathématique est utile ou est compris comme utile. C'est simplement parce qu'il est estimé comme résultat très intéressant pour les autres mathématiciens.

L'élève 2 : Il faut être philosophe ...

Le chercheur : Oui. Il faut se supporter, c'est ça. Il faut se supporter médiocre. Et il faut se supporter mal compris. Moi, je trouve qu'on se sent très mal compris, par le fait qu'on ne peut pas expliquer à quelqu'un, à moins qu'il soit vraiment consentant, le centième de ce qu'on fait.

Et encore, dans mon domaine, je l'aime beaucoup pour ça, c'est plus facile, parce que ça utilise un langage qui est plus proche, qui est très imagé, qui est très proche de ... il y a beaucoup de mots du langage courant. Et on peut faire comprendre un peu les choses en Combinatoire. Celui qui fait de l'Algèbre Commutative, il ne peut pas faire comprendre à qui que ce soit, ce qu'il fait, en moins de trois, quatre heures de séances. Quand on sait qu'on a fait quelque chose de bien, on voudrait bien que les autres voient que c'est bien, ce qu'on a fait.

(...)

(L'interview continue : mathématiques = milieu fermé, mini classe sociale ; qualités intellectuelles qui font un bon mathématicien ; méthodes de travail ; hiérarchie ; commandes de théorèmes par le privé ; vie syndicale ; l'état des locaux, université et lycée ; temps de recherche ; luttes syndicales pour l'otage du Liban, Michel Seurat ; débouchés dans la Recherche ; débouchés des chercheurs dans le privé ; images du C.N.R.S., "Faut-il brûler le C.N.R.S. ?" ; forces mathématiques des pays ; l'enseignement des maths ; la mathématique qui s'enseigne, différente de la mathématique qui se fait et de la mathématique qui s'applique ; la mathématique et les mathématiques ; publication de recherche ; idées mathématiques et idées sur la vie ; mathématiques et politique; hobbies; vacances-travail ; famille : on en arrive aux propos controversés ...)

Le chercheur : Je pourrais dire 1: les maths, 2: ma femme ... et en numéro 30, mes enfants. (Dur, ça ...)

Une élève : Ils le savent, au moins ?

Le chercheur : Euh...je ne leur dis pas, mais ils doivent le sentir. Ils le sentent évidemment. Je ne leur dis pas aussi crûment.... Là, c'est moi: il y en a qui ne sont pas comme moi, quand même. Il y en a qui prennent des vacances. *(à un autre chercheur présent)* Est-ce que tu prends des vacances, Henri ?

Le chercheur prénommé Henri : Moi ? Non, non, je travaille en vacances.

Le chercheur : Lui, il ne prend pas de vacances. C'est pour ça qu'on s'entend bien...J'en connais qui prennent des vacances.

> *(...) et l'interview continue : la retraite ; le plaisir et la folie du mathématicien ; les maths comme outil de sélection ; maths et philo ; les années de taupe ; mathématiques en politique et politique en mathématiques ; contacts lycéens-chercheurs ; et caetera, et caetera ...*

3. DE LA FAMILLE DU CHERCHEUR

(Interview de la famille de Pierre Duchet, par Pierre Duchet, diffusée en classe le 10 mai 1986. P. = *Pierre ;* N. = *Nicole ;* C. = *Clara ;* A. = *Anton)*

P. - J'ai devant moi Nicole, Clara, et Anton. Par qui commence-t-on ?...Nicole?

N. - Oui

P. - Vous êtes mariée à un chercheur, mathématicien. Qu'est-ce que vous faites, vous-même, dans la vie ?

N. - Je suis chargée de mission à la Direction des Lycées. ...Vous voulez peut-être en savoir plus ?

P. - Chargée de mission ... vous êtes chargée de quelle mission ?

N. - Je suis chargée du développement de l'informatique et des technologies nouvelles dans les établissements du second degré.

P. - Ah bon. Vous êtes mathématicienne aussi, alors ?

N. - Non. Je suis littéraire.

P. - Littéraire. Tiens ! Et vous supportez la vie avec un mathématicien ?

N. - Bien sûr

P. - C'est évident, pour vous ?

C. - On se plie à tout pour l'amour.

P. - Ah! Intervention de Clara. Oui, alors, vous êtes fille de mathématicien ..

C. - ...Eeeh oui !!!

P. - Et comment vivez-vous la chose ?

C. - Ben ... J'peux pas tellement comparer. Faut r'venir dans 10 ans. Comme ça, j'vous dirai, si j'vis avec quelqu'un d'autre, j'vous dirai la différence.

P. - Donc vous n'avez pas tellement d'impression ?

C. - On peut pas dire, tellement.

P. - Vous trouvez qu'il ne s'occupe pas bien de vous, votre père ?

N. - Chacun de nous le vit en tant qu'époux, en tant que père, mais pas en tant que mathématicien.

P. - Et Anton, qui n'a pas dit encore un mot ? Qu'est-ce qu'il en pense ?

A. - De quoi ?

P. - Qu'est-ce que tu penses d'être fils de mathématicien ?

A. - Ben ... j'suis content !

P. - Tu es content pourquoi ...

A. - J'suis fier.

P. - Ah ! tu es fier. Et tu penses être mathématicien, plus tard ?

A. - J'sais pas moi puisque ...

P. - Parle un peu plus fort, pour le micro. Tu as quel âge?

A. - J'ai dix ans.

P. - Et quand on est mathématicien, on est mathématicien à quel âge ?

A. - Eh ben, y'a pas d'âge.

P. - Nicole, j'ai cru comprendre que Pierre Duchet, votre mari, avait placé sa famille en assez mauvaise position parmi ses activités préférées. Qu'est-ce que vous en pensez ?

N. - Qu'il a le sens de la provocation.

P. - C'est votre avis, Clara ?

C. - Un peu, ouais.

P. - Et Anton, qu'est-ce que tu penses ?...

N. - Que Pierre préfère les mathématiques à ses enfants ?

A. - ... Non !

P. - Il aime autant l'un que l'autre ?...

C. - Y'a des moments pour tout. Y'a des moments où il les consacre à ses enfants. Y a des moments où il les consacre à ses mathématiques. Bon, y a plus de moments où il les consacre à ses mathématiques, peut-être, parce que il nage dedans tout l'temps, mais il faut des deux.

P. - Vous êtes forte en natation, vous aussi ?
C. - *(...rire...)*. Oui, surtout dans les maths, j'coule bien... *(rires)*.

P. - Vous avez quel âge ?

C. - Quatorze ans.

P. - Nicole. Il y avait aussi une question qui avait été posée par la classe d'Argenteuil. C'était sur les femmes et les mathématiques. Et votre mari a répondu d'une manière qui a été peu comprise. Il avait répondu que les femmes mathématiciennes faisaient des mathématiques différemment. Qu'est-ce que vous en pensez, et qu'est-ce que vous pensez de la possibilité des femmes d'accèder aux mathématiques ?

N. - Je suis persuadée que les femmes peuvent accéder aux mathématiques. C'est presque une évidence. Je crois comprendre ce que Pierre a voulu dire. A l'heure actuelle, les conditions d'éducation, le vécu, les lectures, la vie des hommes et la vie des femmes sont différents. Donc, il n'est pas étonnant que la manière de faire des mathématiques soit différente, dans la mesure où on nepeut pas séparer l'activité professionnelle du reste de la vie, dans la mesure où on ne peut pas séparer la science de tout son contexte. Donc, ce n'est pour moi, en aucun cas, un signe d'infériorité. Simplement, je pense que les femmes peuvent apporter autre chose aux mathématiques, dans la mesure où elles les approchent autrement.

P. - Je crois que Pierre est tout à fait d'accord.

N. - *(rire).*

P. - Et Anton, qu'est-ce qu'il en pense ?...Il est donc à l'école primaire. En quelle classe es-tu ?

A. - C.M.1.

P. - Il y a des filles dans ta classe ? Est-ce que vous avez l'impression que les garçons et les filles font le calcul de la même manière et approchent l'école ou ce que vous faites à l'école de la même manière ?

A. - Bien sûr !

N. - Tu es sûr que les filles ne sont pas plus sérieuses que les garçons ?

A. - Ben non.

N. - Non ? Elles ne sont pas plus appliquées ?

A. - J'vois pas pourquoi elles seraient plus appliquées.

P. - ...Comment ça se passe au collège, puisque, Clara, tu es en ...

C. - 4ème. J'ai redoublé.

P. - Tu as redoublé la 4ème ?

C. - Non. La 5ème.

P. - Ca n'allait pas en maths ?

C. - Entre autres, mais enfin, c'est un problème de classe musicale.

P. - Ah, tu es en classe musicale.

C. - Eh ouais ...

P. - Ça a l'air de te poser des problèmes *(rires)*.

P. - Est-ce que tu constates une différence entre garçons et filles, en mathématiques ?

C. - Quand même, oui. C'est p'têt un peu anormal, mais souvent, les garçons s'intéressent plus à l'informatique. Moi, j'suis pas pour cette séparation et j'comprends pas tellement pourquoi. Mais enfin, c'est vrai qu'il y a quand même une différence.

P. - Et cette différence, tu as une idée de ce que c'est ? ...Vous êtes nés comme ça, ou ...

C. - Ben non. Les choses se font au fur et à mesure de la vie. Mais bon, y a encore des différences qui existent dans la vie, quoi ! Certaines séparations entre les hommes et les femmes. Ce n'est pas normal, c'est injuste. Mais enfin, y a encore quelques trucs comme ça, que la société n'aide pas, mais j'vois pas exactement pourquoi les garçons sont plus attirés vers ces matières que les filles.

N. - Tu ne penses pas que c'est lié au métier qu'ils ont envie de choisir, qu'ils ont envie de pratiquer plus tard ?

C. - Oui mais pourquoi y pensent à ..., pourquoi ce serait les garçons qui iraient vers les maths, vers l'informatique ?

N. - Parce qu'ils reproduisent des modèles qu'ils voient autour d'eux. C'est l'héritage de l'Histoire. Effectivement, dans les sociétés occidentales, l'homme a dominé la femme.

C. - Ah oui, mais faut qu'ça change *(rires)*.

N. - A toi de t'y employer.

P. - Evidemment cette belle formule pourrait servir de conclusion à l'interview, mais j'aurais voulu demander aussi à Nicole et à toute la famille comment ils vivaient les moments mathématiques de l'homme de lamaison ?

C. - On l'attend pour manger. *(Rires)*.

N. - Il y a effectivement des moments où il ne nous appartient pas.

P. - Pierre avait dit que les mathématiques, c'est un des rares métiers où on pouvait travailler couché. Qu'est-ce que vous pensez de cette formule ?

C. - Moi, j'pense que c'est assez vrai. Parce que il suffit de réfléchir. Une fois qu'on est dans son univers des mathématiques, on peut y réfléchir dans n'importe quelle position, même aux toilettes, si ça vous chante.

P. - Est-ce que Pierre travaille effectivement couché ?

N. - Nous l'avons parfois surpris au lit *(rires)*.

C. - De toutes façons, à toutes les heures, même en train de manger, y a des fois où il s'lève de table et il part en courant dans son bureau parce qu'il a trouvé quelque chose. Pourtant il est avec nous, enfin, lui, avec nous, mais dans sa tête, il y est pas, quoi.

P. - Vous avez aussi cette impression, Nicole ? De temps en temps, Pierre est avec vous et ...

N. - Ca arrive.

P. - ...tout en étant ailleurs ?

N. - C'est vrai.

P. - Et ça ne vous arrive pas à vous aussi d'être dans vos préoccupations professionnelles ou scolaires ?

C. - Ou en dehors du scolaire

N. - *(rire)* Sentimentales ?

C. - Voilà.

P. - Eh bien, voilà. C'était Duchet-Inter, en direct de Choisy-le-Roi... Il est 9 heures 11 minutes et nous vous souhaitons une bonne continuation dans vos études. Quant à nous, nous poursuivons avec "Bob Marley and the Wallace" !!!
(...musique...)

CINQUIEME PARTIE :

IMPRESSIONS.

Rédaction partagée : Pierre Audin, Pierre Duchet et (presque) tous les élèves.

1. ...DES ELEVES

(Citations des élèves dans leurs comptes-rendus de la première séance: morceaux choisis par P.A.)

..... j'ai trouvé cela intéressant mais quelques fois, c'était long et compliqué, surtout pour le problème du panier de basket. Maintenant, je connais la différence entre un polynôme et une fonction polynôme.

..... On a vu trop de choses différentes sans les approfondir. M. Duchet aurait dû plus se rapprocher de notre programme, de façon à nous montrer l'utilité concrète de ce qu'on apprend ...on passait d'une idée à une autre. J'aurais préféré que l'on n'étudie qu'une seule question, mais profondément ..

.....j'ai appris qu'il restait encore beaucoup de choses à démontrer en math et que la recherche en math est très différente des maths que l'on fait en cours ...

.....Malgré son inexpérience en matière d'enseignement dans les lycées, M. Duchet nous a fait découvrir un autre aspect des mathématiques : à savoir l'aspect plus scientifique, plus technique des mathématiques. Pour sa seconde intervention, il serait préférable, puisqu'elle concernera la géométrie, d'appuyer davantage sur le raisonnement.

.....Les explications de M. Duchet étaient compréhensibles, mais parfois, le brouhaha, du fait de la durée, couvrait la voix du chercheur ... M. Duchet ... ne prenait pas la peine de nous expliquer des choses simples pour lui, ce qui nous embrouillait assez ... le chercheur partait vers des explications lointaines, ce qui ne facilitait pas notre compréhension ...M. Duchet nous a donné des nouvelles d'une science que les média négligent, au contraire de la physique et de la biologie. On a pu comprendre qu'il restait des choses à découvrir et que les mathématiques ne sont pas une science périmée ...

.....Les élèves étaient tous attentifs ... une classe de plus de 70 élèves pendant 4 heures, on aurait pu penser à un certain chahut alors qu'ici il n'y avait presqu'aucun bruit ... C'est une sorte de math beaucoup plus intéressante ...

.....Ce fut fort intéressant car ce genre de rencontre sort de l'ordinaire ... les Mathématiques sont diverses et variées, et nous n'avons vu qu'une infime partie de cette science ... Nous avons appris que celui qui entre au C.N.R.S. est plus ou moins libre ... Ce fut intéressant de voir à quel point nous (les élèves) ignorons les réalités du mathématicien ...

V - Impressions

.....Malgré tout, il a été possible d'écouter normalement et surtout de comprendre la plupart des choses qui ont été dites ... cela peut m'amener à reconsidérer les mathématiques et surtout à reconsidérer ce que j'aimerai faire après le bac sachant que les mathématiques sont tout de même intéressantes vues sous un autre aspect ... j'espère que cela se reproduira lorsque je serai, tout du moins je l'espère, à un niveau d'étude supérieur ...

..... Après avoir assisté à ce qu'il a dit, j'ai l'impression qu'il n'a pas assez approfondi le sujet de la combinatoire et qu'il ne nous a pas assez expliqué ce qu'il faisait ... J'ai appris que le moindre problème peut être l'objet d'une étude poussée, qu'il reste beaucoup de choses non démontrées, que l'on peut passer plus de 6 mois sur un sujet qui n'a, j'ai l'impression, que peu d'importance ...

..... Cette rencontre avec un bon mathématicien, et de surcroît modeste (ce qui ne gâte rien) a pu nous apporter différentes choses. Tout d'abord de nous familiariser avec une sorte de mathématiques nous étant presqu'inconnue ... il y a un pas de géant entre les mathématiques pratiquées à l'école et celles utilisées dans les laboratoires du C.N.R.S.. ... (Cette entrevue) ne peut être que bénéfique et profitable au mauvais que je suis ...

..... Son travail de recherche consiste à trouver de nouvelles "formules" de mathématiques, des réponses à de nouveaux problèmes, avec, si possible, une application concrète. Cependant, il existe des problèmes concrets auxquels les mathématiques ne peuvent répondre et il existe, à l'inverse, des "solutions" mathématiques qui ne trouvent aucune application concrète. ... Ceci s'appelle une conjecture : on sait que c'est vrai, mais on ne sait pas le démontrer ... M. Duchet avait préparé beaucoup de choses à nous expliquer.... Lorsque M. Duchet parlait, il essayait de mettre à notre portée "ses" mathématiques, mais il est d'un trop haut niveau pour que nous puissions dialoguer véritablement avec lui ...

.....Cette intervention a été très intéressante, car elle a permis de "découvrir" les mathématiques, elle m'a permis de me rendre compte que ce que l'on fait en classe ne correspond pas aux "vraies mathématiques". Je pense que l'on devrait plus, au lycée, essayer de nous faire chercher, nous aussi, à notre niveau, plutôt que de nous "balancer" des connaissances, des formules et des théorèmes. Cette intervention a donc permis de ... faire la critique des mathématiques telles qu'elles sont enseignées et montrées aux élèves.

V - Impressions

..... Les études de M. Duchet : il a eu son bac, il a fait des études de premier, second et troisième cycles, puis, pendant 10 ans, il a étudié la recherche (savoir rechercher, connaître la recherche mathématique). Ce dernier stade des études varie selon les personnes. Pour certaines personnes, il faut vingt ans, d'autres n'y arrivent jamais ...

..... Je pense que M. Duchet n'a pas assez parlé de lui. Il n'a pas assez développé le thème de son travail de laboratoire. J'aurais aimé qu'il me parle plus de ses recherches, de ses découvertes.... La prochaine séance ... : il nous parlera des suites d'une manière différente de la votre, comme il l'a fait pour les fonctions ...

.....M. Duchet a été assez clair, il a pris de bons exemples : le panier de basket pour le voisinage ... M. Duchet a démontré que ce qu'il cherche l'intéresse ...

..... Je pense qu'il ne parlait pas assez fort et qu'il expliquait un peu vite ...

..... On voit bien que M. Duchet n'a pas l'habitude de parler devant un tel "public" car on ne comprenait pas toujours ce qu'il voulait dire, il employait un vocabulaire presqu'inconnu pour nous (des fois) ... on voit bien que son seul plaisir est les mathématiques ... on reparlera sur le thème des mathématiques scientifiques...

Ecouter quelqu'un pendant quatre heures, dans une grande salle, avec 70 élèves, était un peu pénible vers la fin. C'était difficile de pouvoir se concentrer ... Peu de questions ont été posées, peut-être est-ce dû au fait que l'on était nombreux, et donc les relations entre les différents élèves et le chercheur étaient plus froides. Il y avait moins "d'intimité". De plus, je pense que dès le début, le chercheur nous a bloqués, dans le sens où il ne répondait pas tout de suite aux questions posées, comme s'il avait déjà tout prévu d'avance, sans que l'on ait besoin d'intervenir.

Je pense qu'il a très bien su nous expliquer les mathématiques auxquels il était confronté, en prenant des exemples concrets. En fait, ça doit être très difficile de parler pendant quatre heures, et surtout, expliquer quelque chose, en s'exprimant avec un vocabulaire mathématique compréhensible pour nous, à notre niveau. Quand on va le revoir, je préfèrerai qu'il passe deux heures de suite avec chaque classe. Je pense que les rapports seraient plus faciles à établir. J'espère que l'on pourra garder des contacts avec lui, pour pouvoir le revoir l'année suivante, pour qu'il nous parle de ses nouvelles découvertes, et pour que l'on organise si possible une visite du centre où il travaille, ou une sortie ensemble.

V - Impressions

..... Je trouve d'abord que cette rencontre élèves-chercheur a été un peu trop scolaire. Les élèves étaient réunis et écoutaient le chercheur débiter son cours ... Il est vrai que la plus grande faute venait de nous, les élèves, qui avons gardé nos questions pour nous-même. Mais je pense que le chercheur aurait dû plus insister sur une réaction de notre part. Au lieu de cela, il enchaînait directement sur une autre explication qui ne manquait pas pour autant d'être intéressante ... Je pense avoir compris que les mathématiques ne se limitent pas à la résolution d'équations et de problèmes de robinets et de baignoires. En fait les mathématiques c'est autre chose, c'est un moyen de résolution de problèmes de la vie courante ...

Son exposé fut clair, mais parfois d'un niveau un peu fort, ce qui nous obligeait à "décrocher" quelques instants. Il parlait clairement et, alors qu'il n'est pas professeur, sait bien expliquer. De plus, c'est une bonne chose car il enseigne certaines notions de mathématiques que l'on ne peut aborder en cours, ou bien des notions nouvelles qu'il introduit comme le voisinage ...

Nous pensons que l'exposé de M. Duchet n'était pas toujours très clair, la première heure était relativement intéressante, comme lorsqu'il parlait de notre programme, mais le reste n'était pas toujours construit. Et 4 heures sont beaucoup trop car à la fin on n'est plus du tout concentré.

Nous ne savons toujours pas pourquoi ils s'acharnent à démontrer certaines choses, si c'est pour conclure qu'ils savaient d'avance qu'il n'y a pas de solution, ou que certaines théories n'ont aucune utilité.

Les exercices qu'il nous a présentés au tableau m'ont paru trop vagues. Il y avait un manque d'explication pour nous faire comprendre par exemple pourquoi résoudre un problème de telle façon ? Qu'est-ce que cela peut démontrer ? L'intérêt des réponses que cela apporte. Sinon, j'ai compris plus ou moins bien certains problèmes.

Il faudrait plus de contacts entre les lycées et les centres de recherches. C'est une bonne idée qu'il vienne en classe pour discuter les méthodes de travail employées pour nous enseigner les mathématiques ...

Nous nous installons tant bien que mal dans la salle 416. Quelques retardataires arrivent. Nous nous dévisageons : S1 et S2 : deux espèces de concurrentes, de rivales. M. Duchet peut enfin commencer. Présentation rapide, plan exposé : nous apprendrons d'abord à connaître notre interlocuteur et son activité. En deuxième partie, il nous parlera de notre programme, et enfin, en dernier lieu, il nous proposera une série d'exercices qu'il qualifie d'amusants. Après le silence général qu'avait provoqué le "Posez-moi vos questions", un doigt se lève ainsi qu'une voix mal assurée : Est-ce que vous vivez bien avec les mathématiques ?" M. Duchet peut alors vraiment commencer. "Je fais de la combinatoire, qui sait ce que c'est ?" Une ou deux personnes semblent en avoir vaguement entendu parler. C'est alors que plusieurs petits "sondages" nous sont proposés. Les résultats ne sont pas probants. L'étonnement de M. Duchet est compréhensible : notre "culture mathématique" est nulle ...

J'avoue ne pas avoir écouté l'exercice concernant le ballon de basket, car j'étais absorbée par le problème des trois maisons et de l'eau, du gaz et de l'électricité (que ne ferait-on pas pour se voir attribuer les honneurs de la "gent mathématicienne" !) ... En ce qui concerne ... ma déception, cela est dû tout d'abord au fait que nous étions deux classes. Non pas que cela était intimidant, mais chacun attendait de l'autre qu'il pose les questions à sa place. De plus, vous avouerez que l'appréhension de dire des bêtises devant 70 personnes et devant un homme tel que M. Duchet, a une importance plus que relative ! Pour ma part, j'avais préparé plus d'une quinzaine de questions. Je n'en ai posé aucune, car il faut dire que le contact n'était pas facile. Si nous avions été moins, cela aurait eu une apparence de discussion et non pas de conférence, comme cela a été. Pourtant, je ne voudrais pas pénaliser la classe de S2 qui doit comme nous profiter de cette sage initiative. J'espère que le courant passera mieux la prochaine fois, et je souhaite que M. Duchet n'ait pas lui-même été déçu par l'inhospitalité des classes dites scientifiques. Je vous remercie de nous avoir permis d'apprendre tant de choses et de nous avoir fait rencontrer M. Duchet.

..... C'est devenu un cours de mathématiques ... pour les exercices qu'il nous a donnés, je me demande s'il pense vraiment que l'on peut tous les faire, seuls un ou deux me paraissent à ma portée. Cela ne m'a pas apporté grand chose, car je n'ai pas eu le temps de comprendre la moitié de ce qu'il nous expliquait ...

..... Cette séance m'a permis de découvrir qu'il y a encore des points inexpliqués en mathématiques. Je pensais que cette science était complètement maîtrisée depuis longtemps, puisqu'elle était enseignée à tout âge ...

..... Je pense qu'il n'aurait pas dû s'attarder sur l'aspect financier du métier de chercheur, mais plutôt sur les motivations qui l'ont poussé à exercer son métier ...

V - Impressions

..... Je pense que M. Duchet s'est donné beaucoup de mal car à chaque explication, il a essayé de nous donner des exemples précis et concrets. Cependant quelquefois il utilisait un vocabulaire que je suppose est celui des mathématiciens et qui était difficile à comprendre ...

.....Pendant une heure, le chercheur nous a expliqué quelques problèmes, sa vie, la paye, le temps d'études. Un intercours de 15 mn. Pendant une heure, il nous a expliqué sa démonstration pour un exercice fait en contrôle par les 1°S2. Un intercours de 15 mn. Pendant une heure, il donnait des petits problèmes, en énonçant le nom de leur créateur.

.....Nos opinions : Nous étions trop nombreux dans la salle, nous n'avons pas été avertis de la salle (416), nous étions au fond de la salle et devant nous, beaucoup de remue-ménage, heureusement il y avait le tableau...Non, ceci n'a pas servi à grand-chose, il vaudrait mieux changer de formule, par une formule où on serait en classes séparées 1°S1-1°S2... La réponse aux petits problèmes pratiques était très attrayante.

.....Samedi 14 décembre, à 12 h 30, nous sortons déçus. Essayons d'analyser : pourquoi ce bilan est-il négatif ? La conférence commence à 8 h 30 et, sans intervention préalable, le "professeur du C.N.R.S." impose les structures de son programme (4 h en tout, réparties entre sa profession, 1 h, le programme en 1°S, 1 h 30, et les exercices, 1 h 30). Il aurait dû établir un programme suivant le souhait des élèves ... Peut-être aurait-il dû faire une généralité sur les chercheurs et les buts deleurs démonstrations ... La 3ème partie constituée par des exercices fut uniquement une diction, ou des problèmes absurdes (du genre : combien de Parisiens ont le même nombre de cheveux ?) Bref ! nous attendons mieux au second trimestre.

..... Mais suivant une utilisation spécifique, un randonneur pourrait charger son sac-à-dos d'une manière unique et judicieuse en fonction de son anatomie. M. Duchet, basketeur ou alpinisme ? Dans le domaine de l'escalade, en tenant compte d'un nombre n de variables et de l(x) limites, il serait sûrement possible avec un travail appliqué à la théorie des graphes, de résoudre une partie des possibilités de franchissement d'un passage donné en économisant au maximum l'énergie musculaire ou ATP (et en un temps donné, le plus faible possible par rapport aux capacités physiques et psychologiques d'un grimpeur donné) (taille, poids, force pure spécifique et aspécifique). En bref, travailler à l'aide d'un ordinateur sur les possibilités de la machine la plus complexe, la machine humaine ...

V - Impressions

..... Je savais déjà qu'on pouvait s'éclater avec un papier et un crayon, et M. Duchet n'a fait que renforcer mon opinion à ce sujet.

..... Comme le dit M. Duchet lui-même, certaines réponses apportées en mathématiques pourraient avoir des retentissements énormes dans des mondes aussi disparates que la chimie ou la génétique (aux yeux du profane). Ainsi, cela pourrait expliquer par exemple pourquoi l'eau s'évapore, ou comment se fait la synthèse de l'A.D.N. - phénomène d'itération -. Mais l'esprit populaire ne peut entrevoir ces liens très étroits qui unissent les sciences entre elles, parce que ses connaissances sont bien trop limitées ... Nous avons pu entrevoir des domaines insoupçonnés des mathématiques et, pour ma part, j'ai l'impression que les frontières des mathématiques (s'il y en a, ce dont maintenant je doute) viennent d'être violemment repoussées à la suite de cette entrevue ... il s'est adressé à un auditoire ... muet. Mais comment aurait-il pu en être autrement, puisqu'avant même qu'il entre dans la salle, il n'était pour nous qu'une sorte de personnage imaginaire, dont la révélation nous avait été faite une semaine auparavant, et dont la fonction nous était totalement inconnue ?

..... Je remercie le chercheur, qui s'est déplacé spécialement pour nous, de nous avoir fait découvrir que les maths étaient très complexes et qu'il y avait beaucoup de domaines. On peut vite distinguer le chercheur du professeur car le chercheur a essayé de nous expliquer des tas de choses à sa façon car il a sans doute l'habitude de s'exprimer avec ses expressions et ses façons de procéder qu'on ne comprend pas toujours, mais le professeur lui essaie de nous expliquer quelque chose avec ce que nous savons et non avec ce qu'il sait. Bref, la séance a été réussie, nous avons vu ce qu'est vraiment un chercheur et la façon d'enseigner d'un chercheur par rapport à un professeur de mathématiques ...

A noter : beaucoup d'élèves, à la fin de l'année, m'ont reproché que la dernière séance se soit terminée avec l'audition de l'interview : ils regrettaient de ne pas avoir dit au revoir à M. Duchet (à la fin de la cassette, ils avaient cinq bonnes minutes de retard sur le cours suivant). Ils étaient sincères, puisque ce regret s'est exprimé après le dernier conseil de classe ...

En résumé: Le seul point qui réussisse à faire l'unanimité des élèves a donc été le manque de préparation de cette rencontre, les mauvaises conditions dans lesquelles ils ont trouvé qu'elle a eu lieu. Beaucoup de critiques vont ainsi à la forme.

Quant au fond, la diversité des réponses est nettement liée à la diversité des connaissances des élèves. Les uns trouvent le discours de M. Duchet superficiel, les autres clair. Les uns ont apprécié telle partie, les autres telle autre. Les uns ont assisté à un cours demaths, les autres ont découvert les mathématiques : il reste beaucoup de choses non démontrées, il y a beaucoup de sujets ...

L'intervention de M. Duchet a été perçue comme différente dans la façon dont il a abordé les sujets et dans le choix de ses sujets. Ils ont ressenti qu'il faisait l'effort de leur expliquer les choses avec du recul, et avec ses termes, tout en cherchant à être compris.

Impressionnés par le personnage, ils l'ont trouvé modeste, mais auraient sans doute voulu qu'il leur parle d'emblée plus de lui et de son travail, ce qui a été bien ratrappé par la suite, avec l'interview qu'ils ont réalisé à Jussieu.

2. ...DE P. AUDIN

Je vais quand même essayer de tirer des bilans partiels, sur un certain nombre de questions relatives à cette expérience.

Première question : pourquoi l'expérience n'est-elle pas reconduite ? Pourtant, elle n'a pas coûté grand-chose, selon toute vraisemblance.

Sans doute peu de bilans ont été tirés. Dans notre cas, nous n'avons finalement signé aucun protocole d'accord, ce qui nous aurait tous embêtés, M. Duchet, moi, et les deux Chefs d'établissement. Parce que le formulaire était mal fait et que nous ne savions pas trop quoi y écrire. Mais notre expérience n'a donc pas "existé", administrativement parlant. Et nous n'avions donc pas de bilan à tirer, administrativement.... Si toutes les expériences qui ont eu lieu [16] sont dans le même cas, il est normal de ne pas poursuivre. Ou de donner, l'année suivante, un autre cadre, et une autre publicité à la chose...?

Sans doute aussi, peu d'échanges ont été vraiment productifs, à cause des méfiances réciproques, et à cause de la traditionnelle non communication entre les deux mondes.

----

[16] Seulement 5 expériences concernant les mathématiques ont été recensées par le CNRS; 1 seule concernait les Mathématiques Fondamentales. *(Note de P.D.)*

Sans doute enfin, l'Opération, pour intéressante qu'elle se révèle, ne peut être reconduite administrativement, justement parce qu'elle est intéressante : les administratifs qui s'en rendent compte, trouvent cela dangereux, à juste titre, pour les institutions ...

***

Deuxième question : <u>Pourquoi si peu de mathématiciens intéressés</u> ?

Ne savent-ils pas que ça peut nous intéresser ? Sont-ils si loin, si haut, entre eux, qu'ils en oublient notre existence ?Pourtant, ce serait peut-être un moyen d'améliorer la culture et la connaissance des étudiants dont les universitaires ont tant à dire et à médire.

Mais peut-être ne se sentent-ils pas capables d'assumer une rencontre avec des jeunes qui ne ressemblent pas à ce qu'eux-mêmes ont été ? A moins que, tout simplement, la question ne se pose pas, parce que seul leur travail de recherche les intéresse.

***

Troisième question : <u>Pourquoi autant d'élèves de 1°S intéressés</u> ?

- Parce qu'on ne leur avait jamais parlé comme ça, c'est-à-dire librement, et sincèrement ?
- Parce qu'on ne leur avait jamais parlé de ça ?
- Parce qu'on ne leur avait jamais parlé sans réciter ?
- Parce qu'on leur a toujours appris des savoir-faire au lieu de leur transmettre un <u>savoir</u> ?
- Parce qu'on leur a toujours fait croire que les maths sont concrètes et seulement concrètes ?
- Parce que c'était leur première rencontre avec les maths ?

Ou parce que c'était leur première rencontre avec un travailleur qui accepte de leur parler de son métier, de sa famille, de ses idées ?

***

Quatrième question : <u>Pourquoi n'ai-je pas recommencé une expérience de ce type en dehors du cadre administratif</u> ?

Parce qu'il n'est pas sûr que, même en faisant du porte à porte, je réussisse à trouver des mathématiciens intéressés.

Parce que j'ai été quelque peu refroidi parles réactions de certains de mes collègues, de certains de mes élèves.

Parce que je n'aime pas faire tous les ans la même chose.

Et, surtout, parce que je n'avais pas encore tiré de bilan de cette expérience jusqu'à présent ; que je n'avais sans doute pas le recul nécessaire pour le tirer ; et qu'il fallait en tirer un avant de recommencer ..

***

Cinquième question : Pourquoi tant insister sur cet aspect des mathématiques ? (...Les mathématiques ont changé, et je suis un dinosaure ..)

NON ! Ce ne sont pas les maths qui ont changé, mais la façon de les enseigner. C'est le métier de prof de math qui change, contre mon gré.

OUI ! C'est par ce genre d'expérience enseignement-recherche qu'on pourra faire découvrir à nos élèves ce plaisir de faire des maths.

On voudrait me faire croire que le "bon élève" est l'élève qui est moyen (médiocre !) partout ; mais je crois que le bon élève est celui qui est bon quelque part ; parce que ça le passionne.

***

Dernière question : Comment ça va ?

Moi, je suis content d'avoir enfin tiré un bilan. Même pour moi, c'est utile de faire le point. J'espère avoir été jusqu'au bout, et avoir convaincu.

J'espère avoir montré ainsi mon enthousiasme tout au long de cette aventure. J'ai parfois été critique. C'était par souci de sincérité, de vérité. Mais les quelques défauts sont finalement de bien peu d'importance. Et l'aventure a des sous-produits ...

***

Les suites ("option math" en seconde et en première S).

Des collègues de l'établissement ont lancé l'idée de la création d'une classe de seconde de redoublants à la rentrée 88. N'étant pas d'accord sur le principe, j'ai diffusé une réponse sous forme de texte où je propose autre chose, qui, forcément, coûte cher : 39 heures en plus pour les classes de seconde et depremière. Mon projet n'a, bien sûr, pas été accepté (je n'y croyais pas d'ailleurs).

Mais l'idée a vite germé, et un autre projet a vu le jour. En voici une version provisoire. C'est le résultat d'une discussion entre des profs de maths du lycée, rédigée et diffusée ensuite aux profs de maths et de physique. (Avant mise au point de la version administrative, présentée au Rectorat dans les termes adéquats).

OPTION MATHEMATIQUES - LYCEE GEORGES BRAQUE
Classes de 2° - 1° S

1) <u>Un constat</u> :

* Difficultés pour les élèves à assimiler et maîtriser les programmes et les méthodes dans les matières scientifiques en 2°, 1° S et Terminales C et D.

* Problème général : on souhaite augmenter le nombre des élèves dans les filières scientifiques dans les lycées (nécessité économique nationale).

* Localement, les élèves, non portés par le milieu généralement peu motivé, ont besoin d'une aide importante dans le cadre du lycée.

2) <u>Objectifs généraux</u> :

* Apporter une aide et une ouverture pour faciliter l'orientation dans les sections scientifiques et aborder l'enseignement des mathématiques (et/ou des sciences physiques) en 1° S et en Terminale scientifique, avec plus d'aisance et d'efficacité.

* Développer la culture mathématique des élèves pour leur offrir un plus large éventail de choix.

3) <u>Comment atteindre ces objectifs</u> ?

* On peut envisager de proposer aux élèves volontaires de (4 ?) classes de seconde et aux élèves de 1° S, une option supplémentaire en Mathématiques (et/ou en sciences physiques) d'uneheure (et/ou 2 si "Sciences physiques") par semaine pour chaque classe concernée, en dehors de l'horaire habituel. Cette option serait choisie par les élèves à la rentrée, et les séances pourraient débuter le 1er octobre.

* Il est souhaitable que cette heure soit placée en parallèle dans les emplois du temps de ces classes, afin que les professeurs engagés dans ce projet puissent intervenir dans l'une ou l'autre de ces classes.

4) <u>Autres propositions</u>

* Pendant ces séquences, il n'est en aucun cas envisagé d'aborder le programme de la classe supérieure, mais, dans un cadre prévu par les professeurs concernés, d'améliorer la culture mathématique (et/ou scientifique) des élèves et d'approfondir les méthodes d'acquisition des techniques et du raisonnement.

* Une évaluation du travail des élèves pendant ces séquences sera proposée, mais les résultats ne seront pas pris en compte pour l'orientation en fin d'année.

* Des intervenants extérieurs pourraient être sollicités.

* Des activités (préparation de sorties scientifiques - expositions - contacts avec laboratoires) pourraient être proposées aux élèves.

(Ce projet est un résumé des positions des différents profs de maths présents à la discussion. On peut y retrouver certaines de mes idées, qui proviennent pour beaucoup de ma collaboration avec M. Duchet)

J'ai sans doute, dans mes "impressions", passé rapidement sur un point qui me parait pourtant essentiel. M. Duchet s'est donné à fond dans l'expérience. Il a eu le courage de se mettre sur la liste ministérielle : la patience de m'écouter dans des discussions bien longues (nos samedis matins se sont toujours terminés dans une après-midi bien entamée ..) ; la gentillesse de recevoir les élèves sur son lieu de travail toute une après-midi, de tout leur montrer, leur faire visiter; la correction de bien préparer toutes ses interventions. Il a, en plus, supporté des transports bien longs, surtout le samedi matin, où chacun sait que SNCF et RATP appliquent un service minimum. Et tout cela en prenant sur sa passion : son travail. Rien ne l'y obligeait : il l'a fait quand même.

Si certains des élèves n'étaient pas intéressés par les mathématiques, ils ont tous été fiers d'être l'objet de son dévouement.

Je lui tire donc un grand coup de chapeau :

MERCI, MONSIEUR DUCHET, POUR LA BOUEE
QUE VOUS M'AVEZ LANCEE CETTE ANNEE-LA,
QUI M'A EMPECHE, ET M'EMPECHE ENCORE
AUJOURD'HUI, DE COULER DES JOURS
PAISIBLES DANS LA ROUTINE
INFORMATISANTE.

3. ...DE P. DUCHET

ET MAINTENANT ?

Il est peu dans les habitudes du chercheur de faire des bilans, puisque son présent est conquête du "**à venir**". Pourtant, toute mathématique, qu'elle soit en phase de gestation, en phase d'utilisation, en phase d'enseignement, ou qu'elle soit, comme dans l'expérience qui nous a passionnés ici, en situation publicitaire, toute mathématique exige (en sa qualité même d'activité scientifique) un regard critique sur elle-même.

Avant tout, plongeons dans le vécu. Deux classes de 1ère "S" : pour moi, deux classes de privilégiés en train d'échapper à l'impitoyable sélection par "les maths"; des jeunes qui allaient (enfin!) faire un peu de SCIENCE, au lieu du bestial ("machinal" serait plus exact) calcul. Profonde erreur! J'ai trouvé en face de moi des adolescents angoissés (leur avenir...) pour qui les maths sont une médecine au goût amer. Mais où est donc ce lycéen qui plus tard sera moi?

« Crise », dites-vous ? Mais qu'elle est donc insoutenable cette gangrène généralisée qui coupe du monde du travail ceux qui apprennent à travailler, qui détourne de la création ceux qui en ont le plus simple désir et le plus grand besoin, cette hideuse crise qui fait de la la science un hachoir social et pose un entonnoir sur chaque bouche ouverte!

V - Impressions

Alors, évidemment, je plaçai la barre trop haut. Me raccrochant à mes souvenirs de lycéen passionné, enflammé par les quelques yeux que j'allumais, j'ai tenté de transmettre des *connaissances*, élevant ainsi une barrière supplémentaire. Pour une intervention si courte (6/8 heures), si exceptionelle (une « personne extérieure à l'establishment ») , il eut fallu plus de spontanéité, d'ouverture, de dialogue. Et peut-être moins d'ambition! En effet, quelle abondance de richesses, dans cet electro-choc où l'élève découvrit tout un monde, l'enseignant tout un espoir, et le chercheur toute la gravité d'une situation d' **urgence** !

Urgence, pour tous, à donner confiance, espoir, débouchés, et motivations à ceux qui étudient.

Urgence pour la communauté éducative à ouvrir chaque activité scolaire sur la vraie vie, à faire dans l'école une place à la vraie science, celle qui forme, enrichit et sert, à faire en particulier une place aux mathématiques de la réalité.

Parlons de mathématiques aussi en cours de:

– Français / exemples: mathématiciens philosophes du XVIIIème; concept d'arbre en analyse grammaticale; champ sémantique du mot « infini ».

– Histoire / ex.: progrès conjoints du calcul vectoriel, de la Mécanique rationnelle et des techniques au XIXème siècle.

– Géographie / ex.: théorème de Pythagore, trigonométrie et cartographie.

– Economie / ex.: concept de dérivée seconde dans l'expression « l'accroissement du chomage s'infléchit» .

– Physique / ex. en électricité: Idée de structures en dualité [Intensité/ Ampèremètre/ Circuit en série] vs [Tension/ Voltmètre/ Circuit en Parallèle]. Nombres complexes et courant alternatif...

– Sciences Naturelles / ex.: lois de l'hérédité; croissance exponentielle d'une espèce.

– Education Physique et Sportive / ex.: prise de conscience d'un angle d'impulsion, trajectoires de lancers.

Et , inversement, parlons en cours de Maths de l'étude de phénomènes **réels** *!*

Urgence pour les citoyens à développer la recherche fondamentale de leur pays, et à améliorer son audience, pour que son utilité soit mieux perçue, pour que son orientation soit mieux critiquée, donc plus efficace.

Urgence pour les scientifiques de populariser leur travaux, et de s'intéresser croncrètement à l'enseignement de leur science. Les progrès mediatiques doivent aussi profiter au progrès des idées.

Urgence, pour les lycéens, à maitriser le savoir, ne serait-ce que pour ne plus subir son pouvoir.

Urgence, enfin, à généraliser, multiplier, et améliorer ce type d'expérience ! Que tous ceux qui ont permis à deux classes et à un mathématicien de se rencontrer soient ici remerciés et encouragés: oeuvrons pour que chaque classe ait son contact avec la science en marche.

ANNEXE

LES "PROBLEMES" posés par M. Duchet
(polycopié distribué aux élèves; rédaction P.Audin)

1 . Nombre de régions déterminées dans un disque par les segments joignant, 2 à 2, n points du cercle délimitant ce disque ?

Indications : a) la suite commence par 1, 2, 4, 8, 16, 31
b) on peut utiliser la formule d'Euler :
$F - A + S = 2$

2 . Itération de f : si n est pair, $f(n) = n/2$, si n est impair, $f(n) = 3n - 1$. Test d'arrêt : quand on arrive à 1. Question : s'arrête-t-on forcément ?

2'. Même style avec f : si n est pair, $f(n) = n/2$, si n est impair, $f(n) = 3n + 1$. Test d'arrêt : si on arrive sur un nombre déjà rencontré. Même question.

3 . Dans un quadrillage infini, les pions sont placés dans un demi-plan (infini) ; et on utilise les règles de déplacement du jeu du Solitaire. Jusqu'où peut-on monter ?

4 . (Valeur du nombre d'or ?) D'un rectangle, on enlève le plus grand carré possible ; le rectangle qui reste a les mêmes proportions que le rectangle initial. Trouver le rapport longueur/largeur.

5 . Il y a une infinité de nombres premiers.

5'. Suite dans $\mathbb{N}$: $x_{n+1} = a\,x_n + b$.
Dans cette suite, y a-t-il une infinité de nombres premiers ? Une infinité de nombres non premiers ? (peut dépendre des valeurs de a et b).

6 . La somme $1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \ldots + 1/n$ tend vers l'infini.

7 . Il est impossible d'avoir simultanément :

$$aC - 2bB + cA = 0 \ ; \ ac - b^2 > 0 \ ; \ AC - B^2 > 0$$

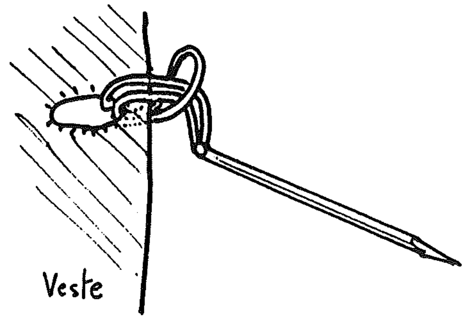
pour des nombres réels a, b, c, A, B, C.

8 . Proposer une démonstration du théorème de Pythagore. Indication : la plupart des démonstrations sont fausses ou incomplètes car elles n'utilisent pas explicitement le postulat d'Euclide. Or, le théorème de Pythagore est faux sur la spère, où les "droites" sur les grands-cercles.

9 . La seule application f, de N vers N, telle que $f(n+1) > f(f(n))$ est l'identité. (i.e. $f(n) = n$).

10. Le taquin de Sam Loyd (cf. page 27).

11. (de Sam Loyd, aussi)
Détacher le crayon, sans abîmer ni la ficelle, ni le veston.
Longueurs:
- de la ficelle : 34 cm
- du crayon : 18 cm.



12. Deux parisiens ont le même nombre de cheveux.

13. Dans un compartiment de chemin de fer se trouvent n logiciens. Le contrôleur leur annonce que certains ont le visage sale. Aucun n'ose vérifier dans une glace s'il est sale ou non. A chaque arrêt, ils ont la possibilité de descendre sur le quai et d'aller se laver ; mais il ne se passe rien jusqu'au n-ième arrêt, où ils descendent tous se laver.

Annexe

INDICATIONS, SOLUTIONS de certains des problèmes
(texte fourni aux élèves par M. Duchet)

1 . (Nombre de régions) Très facile ! en considérant le graphe dessiné par les cordes du cercle et les intersections de ces cordes, on détermine une relation entre le nombre de sommets (n) sur le bord, le nombre de sommets à l'intérieur, et le nombre d'arêtes de ce graphe. Une deuxième relation faisant intervenir le nombre de faces est obtenue avec la formule d'Euler. On en déduit finalement

$$F = 1 + n(n-1)/2 + n(n-1)(n-2)(n-3)/24$$

2 . Question non encore résolue ! *(Problème de "Syracuse")*

2'. On a montré récemment que toute machine qui fait des calculs trouve toujours (à un certain moment) un nombre déjà rencontré (à méditer).

3 . (Solitaire). Impossible d'atteindre le 5ème niveau !!
Idées de la preuve : on attribue au point de coordonnées (x,y) un "poids" que l'on choisit égal à:

$\rho^{-|x|+y-5}$, où $\rho = (1+\sqrt{5})/2$ est le nombre d'or!

On montre alors que:

A) le poids total de toute configuration de points dans le demi-plan d'équation $y \leqslant 0$ est < 1

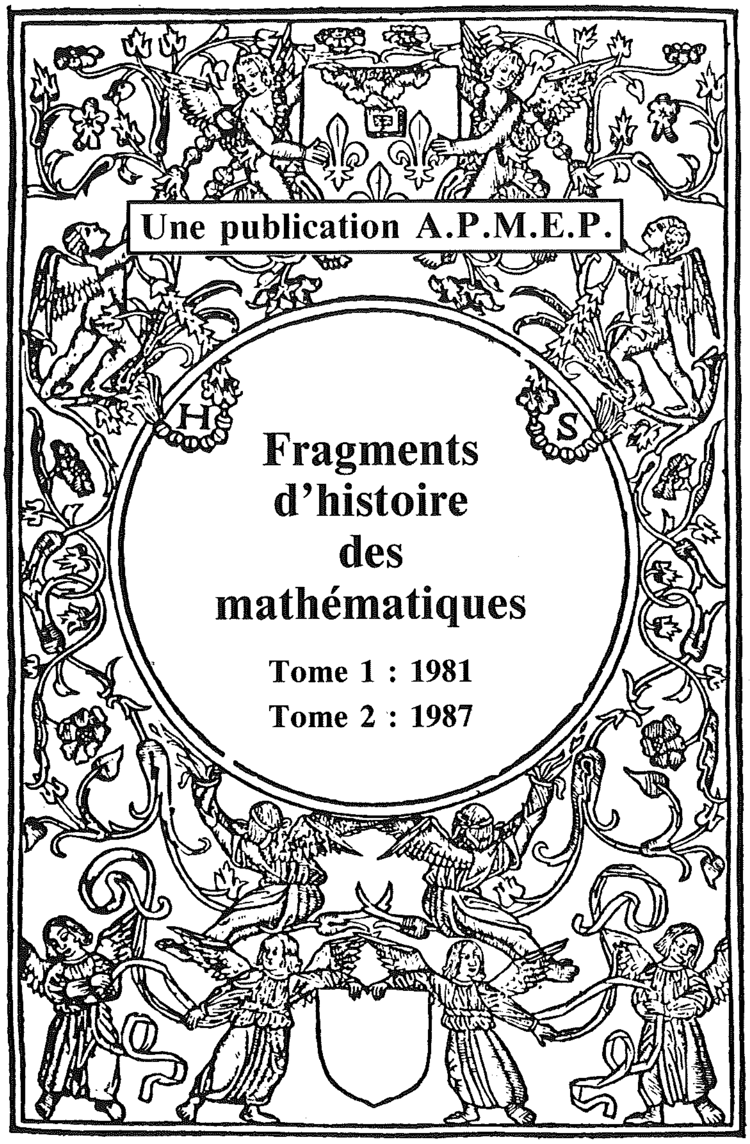
B) le poids de n'importe quelle configuration ne peut augmenter après un mouvement de solitaire ;

C) le point d'abscisse 0 du 5ème niveau est de poids 1: il ne peut donc être atteint ;

D) le problème est invariant par translation horizontale.

Remarque sur ces indications *(P.A.)*

Elles n'ont pas toutes semblé aux élèves être des indications; pour eux, ça a parfois été perçu comme une reformulation du problème, voire un nouveau problème. Elles ont donc suscité de nouvelles questions, auxquelles M. Duchet ne pouvait plus répondre.



¶Inſupmathematicũopus quadripartitũ¶De Numeris Perfectis ¶De
Mathematicis Roſis ¶De Geometricis Corporibus
¶De Geometricis Supplementis

TABLE DES MATIERES

ces problèmes qui font les mathématiques

(la trisection de l'angle)

Jean AYMES

Publication de l'A.P.M.E.P.

(Association des Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Public)
N° 70

QU'EST-CE QUE L'A.P.M.E.P. ?

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public a été fondée en 1909. Elle regroupe des enseignants concernés par les mathématiques de la Maternelle à l'Université.

Ces maîtres qui enseignent des mathématiques à tous les niveaux (de la Maternelle à l'Université), mettent en commun leurs expériences pédagogiques, se réunissent pour en discuter ou pour perfectionner leur culture scientifique et conjuguent leurs efforts pour améliorer l'enseignement des mathématiques (contenu, méthodes, etc.).

L'A.P.M.E.P. s'intéresse donc à toutes les questions qui concernent l'enseignement des mathématiques depuis les premières initiations (à la Maternelle et à l'Ecole Elémentaire) jusqu'aux études supérieures (recherche et formation des maîtres), sans oublier la formation permanente. En liaison avec les autres Associations de spécialistes et avec les organisations syndicales (en concurrence de qui elle ne se place jamais), elle s'attache à la sauvegarde des droits de la fonction enseignante et contribue à sa promotion.

L'A.P.M.E.P. entretient des relations amicales, échange des informations et des services avec les Associations de Professeurs de Mathématiques des autres pays de l'Europe et du Monde.

L'A.P.M.E.P. est organisée en Régionales, par académies (certaines avec des sections départementales) qui ont leurs activités pédagogiques propres. Une collaboration souvent fructueuse s'est instaurée avec les IREM sur des objectifs communs.

L'A.P.M.E.P. édite un Bulletin (5 numéros par an) qui réunit des articles de documentation mathématique, pédagogique et administrative, et qui rapporte la vie de l'association, ainsi qu'un Bulletin Grande Vitesse (BGV) (6 numéros par an) qui est un supplément au bulletin vert, contenant des informations... qui ne peuvent attendre. Elle édite aussi des recueils de sujets d'examens ou concours : Fin de 3^{e}, Baccalauréat, D.E.U.G.

De plus, elle publie une série de brochures et d'ouvrages de documentation (vendus au prix coûtant) concernant tous les niveaux d'enseignement, et qui ne sont ni des manuels, ni des traités.

L'efficacité du travail de l'A.P.M.E.P. tient au nombre et au dynamisme de ses membres. Si vous ne les avez pas encore rejoints, faites-le donc sans tarder.

A.P.M.E.P.
26 rue Duméril, 75013 PARIS
(1) 43.31.34.05

ISBN 2.902680.50.3

IGR Imprimerie Lyon - Montage : Atelier M. MICHAUD - Façonnage ALAIN