∽ Baccalauréat Montpellier juin 1948 série mathématiques ∾

Exercice 1 (au choix)

1^er^ sujet

Dérivée de la racine carrée d'une fonction ayant une dérivée.

2^er^ sujet

Dérivée de la fonction $\sin x$.

3^er^ sujet

Cercles orthogonaux.

Exercice 2

Partie A

Sur la circonférence d'un cercle, de centre I et de rayon r, sont marqués cinq points : i, p, p', i' et O. Les quatre premiers sont des sommets successifs d un hexagone régulier inscrit dans le cercle ; ces quatre points forment un trapèze isocèle dont les côtés non parallèles (ip et $i'p'$) concourent en un point S.
Le cinquième point, 0, est celui des deux points de la circonférence situé à l'intersection avec l'axe de symétrie OIS de la figure et tel que I soit compris à l'intérieur du segment OS.
Exprimer, en fonction du rayon r, la longueur $\text{O}p = \text{O}p' = a$; vérifier les relations

$$2r = a\left(\sqrt{6} - \sqrt{2}\right), \quad \text{OS} = a\sqrt{2}.$$

Partie B

On considère la pyramide régulière SABCD dont la base est un carré ABCD de côté $2a$ dont les faces sont quatre triangles équilatéraux.

1. Exprimer en fonction de a la hauteur SO = h du solide. Déterminer la sphère circonscrite, c'est-à-dire la sphère qui passe par cinq points S, A, B, C, D.
2. Il existe une sphère, (O) tangente aux huit arêtes du solide, les points de contact étant situés sur les arêtes non prolongées. Définir cette sphère par son centre et son rayon.
3. Déterminer la sphère (de centre I et de rayon r) qui est située à l'intérieur du solide et qui est tangente aux faces et au plan de base.
   Vérifier que la relation entre r et a n'est autre que celle de la première partie du problème.
4. Les sphères (O) du 2. et (I) du 3. ont en commun un cercle dont on déterminera le centre P, le plan et le rayon en fonction de r.
   Que peut-on dire du cône ayant ce cercle pour base et le sommet en S ?
   Quel est le second cercle d'intersection de ce cône et de la sphère (I) ?
5. Les deux cercles d'intersection de la sphère (I) et du cône (S) précédent définissent une seconde surface conique de révolution dont la posltion du sommet S$'$ sera précisée par rapport aux points I et P.
   On considère ensuite un plan tangent à ce nouveau cône (S$'$) et l'on demande d'étudier l'ellipse (E) de section du premier cône (S) par ce plan.
   On exprimera (en fonction de r) les longueurs des axès 2α et 2β, la distance focale 2γ de (E), ainsi que la distance d'un foyer F à la dirctrice qui lui est associée.

N. B. - Les candidats de la session spéciale sont dispensés de la question finale, relative à la section elliptique du cône.