# Baccalauréat Montpellier septembre 1966
## série mathématiques élémentaires

**I.**

1. Déterminer le module et l'argument du nombre complexe, $z = -2+2\text{i}$.
2. En déduire le module et l'argument de chacune des racines cubiques de $z$.
3. Écrire chacune d'elles sous la forme $u = a+b\text{i}$.

**II.**

Montrer que, quel que soit l'entier $n$, $n^2\left(n^2-1\right)$ est divisible par 12.

**III.**

**Partie A**

Dans un repère orthonormé on considère la courbe $(C)$ définie par

$$\frac{(x-2)^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1.$$

Montrer qu'il s'agit d'une hyperbole, dont on déterminera le centre, les sommets, les foyers, l'excentricité et les asymptotes.

**Partie B**

Dans le même repère, on se donne la transformation ponctuelle $f$ qui, au point $\text{M}(x~;~y)$, fait correspondre le point $\text{M}'(x'~;~y')$ à l'aide des relations

$$\left\{\begin{array}{l c l} x' &=& -\dfrac{\sqrt{5}}{3}x+\dfrac{2}{3}y\\ y' &=& \dfrac{2}{3}x+\dfrac{\sqrt{5}}{3}y\end{array}\right.$$

1. Montrer que $f$ admet une droite de points doubles $(\Delta)$, que l'on déterminera.
2. Montrer que $\overrightarrow{\text{MM}'}$ reste perpendiculaire à $(\Delta)$.
   Quel est l'ensemble des milieux de $\text{MM}'$ ?
   En déduire la nature de la transformation $f$ ?

**Partie C**

Dans la transformation $f$ la courbe (C) a pour transformée une courbe (C$'$).

1. Établir l'équation de (C$'$) ; on trouvera une équation de la forme $y = g(x)$.
2. Étudier les variations de $g$ et tracer (C$'$).
   Mettre en évidence l'existence d'une asymptote oblique par rapport aux axes.
   Montrer que la connaissance de (C) et de la transformation $f$ permettait la prévision du résultat obtenu ici.

**N. B.** Les parties **A.** et **B.** du problème sont indépendantes.