

♣ Baccalauréat Montpellier septembre 1966 ♣
série mathématiques élémentaires

I.

1. Déterminer le module et l'argument du nombre complexe, $z = -2 + 2i$.
2. En déduire le module et l'argument de chacune des racines cubiques de z .
3. Écrire chacune d'elles sous la forme $u = a + bi$.

II.

Montrer que, quel que soit l'entier n , $n^2(n^2 - 1)$ est divisible par 12.

III.

Partie A

Dans un repère orthonormé on considère la courbe (C) définie par

$$\frac{(x-2)^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1.$$

Montrer qu'il s'agit d'une hyperbole, dont on déterminera le centre, les sommets, les foyers, l'excentricité et les asymptotes.

Partie B

Dans le même repère, on se donne la transformation ponctuelle f qui, au point $M(x; y)$, fait correspondre le point $M'(x'; y')$ à l'aide des relations

$$\begin{cases} x' &= -\frac{\sqrt{5}}{3}x + \frac{2}{3}y \\ y' &= \frac{2}{3}x + \frac{\sqrt{5}}{3}y \end{cases}$$

1. Montrer que f admet une droite de points doubles (Δ), que l'on déterminera.
2. Montrer que $\overrightarrow{MM'}$ reste perpendiculaire à (Δ).
Quel est l'ensemble des milieux de MM' ?
En déduire la nature de la transformation f ?

Partie C

Dans la transformation f la courbe (C) a pour transformée une courbe (C').

1. Établir l'équation de (C'); on trouvera une équation de la forme $y = g(x)$.
2. Étudier les variations de g et tracer (C').
Mettre en évidence l'existence d'une asymptote oblique par rapport aux axes.
Montrer que la connaissance de (C) et de la transformation f permettait la prévision du résultat obtenu ici.

N. B. Les parties **A.** et **B.** du problème sont indépendantes.