# ∽ Baccalauréat Montpellier septembre 1967 ∾
# Série mathématiques élémentaires et mathématiques et technique

**I.**

Montrer que quelque soit l'entier $n$, le nombre $n\left(n^2+5\right)$ est divisible par 6..

**II.**

On désigne par $a$ et $b$ les coordonnées d'un point M dans un système d'axes orthonormés.
Discuter, suivant la position de ce point dans le plan, le nombre de valeurs de $x$ vérifiant les conditions

$$\sin^2 x + 2a\cos x - a^2 - b^2 = 0, \quad \text{avec } 0 \leqslant x \leqslant \pi.$$

**III.**

Le plan est rapporté à des axes orthonormés d'origine O.
On note T la transformation ponctuelle associant à tout point M$(x\ ;\ y)$ le point M$'$ = T(M) de coordonnées :

$$\left\{\begin{array}{l c l} x' & = & ax+by\\ y' & = & cx+dy \end{array}\right.$$

Soit le point A$(+1\ ;\ 0)$, le point B$(0\ ;\ +1)$, le point C = T(A) et le point D = T(B).
On supposera dans tout le problème, que les points O, C et D ne sont pas alignés.

1. Quelle est la transformation T dans le cas où $c = a$ et $d = b$ ?
2. Montrer que T transforme toute droite en une droite et que deux droites parallèles ont pour transformées deux droites parallèles.
3. Montrer que, pour chaque point M$(x\ ;\ y)$, il existe deux réels, $\alpha$ et $\beta$, tels que ce point soit le barycentre des trois points A, B et O, affectés des coefficients respectifs $\alpha$, $\beta$ et $1-\alpha-\beta$.

   Quel est alors le barycentre des points C, D et O, affectés respectivement de ces mêmes coefficients ?
4. Décrire géométriquement la transformation T dans le cas où les triangles OCD et OAB sont homothétiques.
5. Décrire géométriquement la transformation T dans le cas où les triangles OCD et OAB sont directement semblables. Quelles conditions $a$, $b$, $c$ et $d$ doivent-ils vérifier pour qu'il en soit ainsi ?