

∞ Baccalauréat Montréal–Pondichéry juin 1950 ∞
série mathématiques

I. - 1^{er} sujet.

Limite de $\frac{\sin x}{x}$ lorsque x , exprimé en radians, tend vers 0.

Application : Dérivée de $y = \sin x$.

I. - 2^e sujet.

Transformer $\cos p + \cos q$ et $\cos p - \cos q$ en produits de deux fonctions circulaires.

Application : Écrire $y = \cos x - 2 \cos 3x + \cos 5x$ sous forme d'un produit.

I. - 3^e sujet.

Variations et représentation graphique de

$$y = \frac{\sin x}{\sqrt{2} \sin x + 1}.$$

lorsque x varie de 0 à π .

II.

Soient A, B, C trois points alignés, O le milieu de BC, Δ la médiatrice de BC; on pose $OB = OC = R$, $OA = a$ et l'on suppose $a > R$.

Un point M variable décrivant Δ , on appelle M' le point où le cercle (Γ) circonscrit au triangle MBC recoupe Δ .

1. Construire l'orthocentre H du triangle AMM' et montrer que H reste fixe.
Calculer OH en fonction de a et R.
Construire le lieu (C) des pieds P et P' des hauteurs du triangle AMM' issues respectivement de M' et de M.
2. Montrer que PP' passe par un point fixe D quand M décrit Δ .
3. Les droites OP et OP' recouper (Γ) respectivement en N et N' : lieu (C') de ces points quand M varie.
4. Construire le cercle (S) orthogonal à (Γ) en M et orthogonal à (C); montrer que, quand M varie, ce cercle (S) reste tangent à une droite et à un cercle fixes et en déduire le lieu de son centre.
5. Construire les points M et M', connaissant $\widehat{MAM'} = \alpha$.
Limites de $\cos \alpha$ pour que le problème soit possible.

N. B. - La question 5. du problème est indépendante des questions 3. et 4.