

∞ **Baccalauréat mathématiques élémentaires** ∞
Montréal New York juin 1963

EXERCICE 1

Construire une ellipse, connaissant un foyer, deux tangentes et un point de l'ellipse.

EXERCICE 2

1. Étudier la variation de la fonction

$$y_1 = xLx$$

(Lx désignant le logarithme népérien de x).

On déterminera le graphe (C_1) de cette fonction et, en particulier, les tangentes aux points remarquables.

Soit A le point d'intersection, autre que l'origine, de (C_1) avec l'axe des x .

2. Étudier la variation de la fonction

$$y_2 = x^2Lx - \frac{x^2}{2}.$$

Tracer soigneusement le graphe, (C_2), de cette fonction.

Déterminer les points d'inflexion, s'il y a lieu, les tangentes aux points remarquables et les branches infinies.

3. Trouver l'aire \mathcal{A} de la boucle déterminée par les courbes (C_1) et (C_3), graphes des fonctions

$$y_1 = xLx \quad \text{et} \quad y_3 = |xLx|.$$

(ce symbole désigne la valeur absolue de xLx).

4. On mène, par un point δ de Ox , une parallèle (Δ) à Oy .
Déterminer l'abscisse de δ de manière que l'aire comprise entre A , l'axe des x , (Δ) et (C_1) soit égale à $\frac{\mathcal{A}}{2}$.
5. Soit $a(x)$ l'aire algébrique comprise entre l'axe des x , la courbe (C_1) et une parallèle à Oy , menée par un point d'abscisse x .
Discuter le nombre de solutions de l'équation $a(x) = k$ (k étant une constante), en utilisant le graphe de y_2 .
6. Représenter graphiquement, en utilisant les résultats des questions précédentes, la variation de l'aire $a(x)$ comprise entre l'axe des x , une parallèle à Oy menée par un point d'abscisse x et le graphe (C_3) de $y_3 = |xLx|$.