**Durée : 4 heures**

# ∾ Baccalauréat Montréal et New York juin 1965 ∾

**Série mathématiques élémentaires et mathématiques et technique**

## EXERCICE 1

Chercher tous les ensembles de trois nombres entiers naturels $x, y$ et $z$ tels que

$$\left\{\begin{array}{l c l} 2x &=& y+z,\\ x+y+z &=& xyz.\end{array}\right.$$

On rappelle que l'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels est l'ensemble

$$\mathbb{N} = \{0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n,\ \ldots\}.$$

## EXERCICE 2

Résoudre l'équation

$$2\left(\sqrt{3}\sin x \cos x - \sin^2 x\right) = \sqrt{2} - 1.$$

On placera sur le cercle trigonométrique les extrémités des arcs solutions.

## EXERCICE 3

Les deux nombres réels $a$ et $b$ sont liés par la relation

$$2a + \mathrm{e}^{-b} - \mathrm{e}^{b} = 0.$$

Montrer que cette égalité entraine la suivante :

$$b = \text{Log}\left(a + \sqrt{a^2+1}\right),$$

e désignant la base des logarithmes népériens.

## EXERCICE 4

On considère la fonction

$$y_\lambda = \frac{\lambda x^2 - 2x + \lambda}{x^2 + 5x + 4}$$

de la variable réelle $x$ ; $\lambda$ est un paramètre réel.

1. **a.** Déterminer $\lambda$ pour que cette fonction présente un maximum et un minimum.

   **b.** Déterminer $\lambda$ pour que cette fonction soit décroissante sur la droite réelle R.

   **c.** Cette fonction peut-elle être croissante sur $\mathbb{R}$ ?

   **d.** Existe-t-il une valeur $\lambda_0$ du paramètre $\lambda$ pour laquelle la fonction $y_\lambda$ a un seul maximum ou un seul minimum ?

2. Construire la courbe représentative de la fonction $y_1$ obtenue en donnant au paramètre $\lambda$ la valeur + 1. Soit $(\Gamma)$ cette courbe.

**3.** Étudier l'intersection de la courbe $(\Gamma)$ avec une parallèle variable à l'axe des abscisses, d'ordonnée $k$.

Lorsque l'intersection précédente n'est pas vide, elle comprend, en général, deux points, $\mathrm{M}(k)$ et $\mathrm{M}'(k)$.

Soit $\mathrm{A}(k)$ le point dont les coordonnées sont

$$\left\{\begin{array}{lll} x &=& 0\\ y &=& k\end{array}\right.$$

Soit $\mathrm{B}(k)$ le conjugué harmonique de $\mathrm{A}(k)$ par rapport aux points $\mathrm{M}(k)$ et $\mathrm{M}'(k)$.

Déterminer et construire l'ensemble des points $\mathrm{B}(k)$ lorsque $k$ varie.