

∞ Baccalauréat Montréal septembre 1949 ∞
Série mathématiques

I.- 1^{er} sujet

Le produit de deux homothéties est une homothétie, et les trois centres d'homothétie sont alignés. Application à la figure formée par trois cercles d'un même plan.

I.- 2^e sujet

Division harmonique sur une droite. Faisceau harmonique de droites.

I.- 3^e sujet

Sections planes d'un cylindre et d'un cône de révolution.

II.

On donne dans un plan trois points alignés A, C, B se suivant dans cet ordre ($CA > CB$) et l'on appelle M le point commun à deux tangentes menées de A et B à un cercle tracé dans le plan, de centre C, de rayon arbitraire x .

1. Lieu géométrique du point M.

Ce lieu est un cercle de centre D, de rayon R; calculer AD et R en fonction de $CA = a$, $CB = b$ ($a > b$).

2. À une valeur, convenable, donnée à x correspondent sur l'un des demi-cercles lieux de M deux positions M et M' pour le point M.

Former l'équation du second degré donnant en fonction de a , b , x les valeurs de MA et M'A, et calculer ces valeurs.

En déduire les valeurs correspondantes de MB et M'B, ainsi que celles ρ et ρ' des rayons des cercles circonscrits aux triangles MAB et M'AB.

En utilisant une inversion de centre A (ou B), donner une construction géométrique simple des tangentes à ces cercles aux points M ou M', A et B.

3. Examiner le cas particulier $x^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2}$.

Montrer de plus que, dans ce cas particulier, les angles A et B vérifient l'une ou l'autre des deux relations $B \pm A = \frac{\pi}{2}$ et vérifier également les relations

$$\overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 = 4\rho^2, \quad \overline{M'A}^2 + \overline{M'B}^2 = 4\rho'^2.$$